



Duarte Nuno **Controlo dinâmico ativo piezoelétrico de estruturas:**
Fernandes Garcia Lima **atuação pulsada**



**Duarte Nuno
Fernandes Garcia Lima** **Controlo dinâmico ativo piezoelétrico de estruturas:
atuação pulsada**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica de Rui António da Silva Moreira, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro e de José Paulo Oliveira Santos, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.

O júri

Presidente	Prof.^a Doutora Mónica Sandra Abrantes de Oliveira Correia Professora Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro
Arguente	Prof. Doutor José Fernando Dias Rodrigues Professor Associado da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Orientador	Prof. Doutor Rui António da Silva Moreira Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro
Coorientador	Prof. Doutor José Paulo Oliveira Santos Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

Agradecimentos

Ao Professor Rui Moreira, pelos sábios ensinamentos, pela disponibilidade e acompanhamento e pelo esforço por me proporcionar as melhores condições e equipamentos ao longo do último ano.

Ao Professor José Paulo Santos, pela ajuda na minha orientação académica e pelo apoio pronto e eficaz sempre que precisei.

Ao Marcos, por me colocar à vontade com os equipamentos e organização do laboratório, pelo que aprendi ao nível técnico e ao nível de organização e, acima de tudo, pelo bem-humorado ambiente que me deu oportunidade de ter.

Aos meus colegas e amigos de Engenharia Mecânica que conheci nesta viagem de cinco anos, que com eles tive o privilégio de partilhar.

À Ana, pela mestria, pelo exemplo de carácter, pela amizade e pelo exemplo de bondade. Um muito obrigado.

À Susana, pelos bons momentos e pelo apoio sempre na altura certa. Obrigado.

Aos meus amigos de infância, em especial ao Jorge, porque nada seria o mesmo sem tudo o que vivemos.

Ao Martinho, ao Freitas e à Mariana, pelo companheirismo e amizade ao longo destes anos. Por todos os momentos que nunca esquecerei.

À Ângela, ao Gonçalo, à Rita, à Catarina, ao Filipe, ao João Miguel, à Ana Lúcia, ao José Pedro, ao André Ferreira, à Marisa, ao Frederico, à Soraia e ao Paulo, porque um amigo é aquilo que com ele aprendemos e vivemos é algo que nada nem ninguém pode tirar.

À minha família. Aos meus irmãos, porque ser irmão mais novo de duas pessoas assim torna tudo muito mais fácil. Por último mas não com menos importância, à minha mãe. Porque não há mais ninguém que seja assim. Obrigado pelo carinho incondicional, obrigado por tudo.

Palavras-chave

Dinâmica estrutural, vibrações, controlo ativo, cristais piezoelétricos, PZT, transdução, processamento de sinal, atuação pulsada, viga encastrada

Resumo

Com a crescente procura de processos de precisão cresce também a necessidade de mecanismos que sejam capazes de controlar os fenómenos oscilatórios de estruturas. No entanto, estes mecanismos que permitem controlar estruturas são, normalmente, dispendiosos em termos energéticos (quando se tratam de mecanismos ativos de controlo). Este é um fator determinante ao nível financeiro e ao nível da sustentabilidade energética, sendo ambos estes aspetos preponderantes na sociedade moderna.

Tendo em conta este enquadramento, o presente trabalho tem como objetivo estudar a eficácia da atuação pulsada através de materiais piezoelétricos para realizar o controlo de estruturas leves já que, no caso de se revelar um mecanismo de controlo eficaz, uma atuação deste género permitiria reduzir os consumos energéticos das soluções ativas de controlo.

Para isto, foi realizado um estudo experimental baseado na alteração de dois parâmetros: a largura do pulso e o seu desfasamento face à vibração de uma viga encastrada em alumínio. Foi também testado um mecanismo de controlo por *feedback* convencional e os resultados foram comparados sob a perspetiva da sua eficácia relativa no aumento da razão de amortecimento da viga e sob a perspetiva da sua eficiência energética relativa.

Keywords

Structural dynamics, vibrations, active control, piezoelectric crystals, PZT, transduction, signal processing, pulsed actuation, cantilever beam

Abstract

With the growing demand for more accurate processes, grows the need for mechanisms which are capable of controlling the oscillatory behavior of structures. However, these mechanisms which enhance the dynamic behavior of structures are, usually, consumers of large amounts of energy (when referring to active damping solutions). This is harmful in what concerns to the energetic sustainability and also financially, both being major issues in modern society.

Taking this into account, the current work aims to study the efficiency of pulsed actuation using piezoelectric materials to control lightweight structures since, in the case of being proved efficient, such an actuation would allow to reduce the energy consumption of active damping control solutions.

With this purpose, an experimental study was conducted based on the changing of two parameters: the pulse's width and its phase lag in relation to the vibration of an aluminum cantilever beam. A feedback control mechanism was also tested and the results where compared under the perspective of the relative effectiveness in improving the damping ratio of the beam and under the perspective of the controllers' relative energy efficiency.

Índice

Lista de Figuras	III
Lista de Tabelas	VII
Simbologia.....	IX
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Motivação e Objetivos.....	2
1.3 Organização do Documento	2
Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica.....	5
2.1 Materiais Inteligentes.....	5
2.1.1 Exemplos de materiais inteligentes	5
2.1.2 Materiais piezoelétricos	6
2.1.3 Aplicações estruturais.....	9
2.1.4 Outras aplicações.....	10
2.2 Mecanismos de Controlo Dinâmico.....	11
2.2.1 Soluções ativas	12
2.2.2 Soluções passivas.....	15
2.2.3 Resumo	18
2.3 Captação de Energia	18
Capítulo 3 - Controlo Dinâmico e Processamento de Sinal.....	21
3.1 Dinâmica Estrutural	21
3.1.1 Modos normais de vibração.....	24
3.1.2 Vigas encastradas	25
3.2 Controlo Dinâmico	27
3.2.1 Controlo por <i>feedback</i> e controlo por <i>feedforward</i>	27
3.2.2 Controladores por <i>feedback</i> mais habituais.....	29
3.2.3 Controlo <i>bang-bang</i>	31
3.2.4 Indícios de aplicabilidade de controlo através de pulsos	32
3.3 Processamento de Sinal	33
3.3.1 Sensores e atuadores	33
3.3.2 Amostragem e filtragem.....	36
3.3.3 Envelope de uma onda	38
3.3.4 Análise energética	40

Capítulo 4 - Formulação Matemática	43
4.1 Introdução	43
4.2 Séries Trigonométricas de Fourier	43
4.3 Conclusões.....	45
Capítulo 5 - Implementação.....	49
5.1 Lista de Materiais	49
5.2 Montagem Experimental.....	50
5.3 Descrição dos Componentes Estruturais	54
5.4 Amostragem e Filtragem.....	55
5.4.1 Amostragem e filtragem no controlador.....	55
5.4.2 Amostragem e filtragem para análise de resultados	55
5.5 Atuação Pulsada	57
5.6 Controlo por <i>feedback</i>	59
5.7 Metodologia Adotada	61
Capítulo 6 - Análise de Resultados.....	63
6.1 Vibração Livre.....	63
6.2 Controlo por <i>Feedback</i>	64
6.3 Atuação Pulsada	66
6.4 Análise Comparativa	72
Capítulo 7 - Conclusões e Trabalho Futuro.....	77
7.1 Conclusões.....	77
7.2 Trabalho Futuro.....	82
Referências Bibliográficas	85
Anexos	91
Anexo I - Código C associado ao controlador.....	91
Anexo II - Código C associado ao controlador do ecrã LCD	96
Anexo III - Código de análise de resultados em MATLAB®	102
Anexo IV - Resultados experimentais dos ensaios com atuação pulsada.....	106
Anexo V - Ajustamento dos pontos experimen-tais a uma função sinusoidal.....	161
Anexo VI - Resultados do modelo proposto através do ajustamento utilizado face aos resultados experimentais.....	165
Anexo VII - Ficha técnica dos cristais piezoelétricos utilizados	169
Anexo VIII - Configuração do microcontrolador.....	170
Anexo IX - Esquema da montagem eletrónica	178

Lista de Figuras

Figura 2.1.1 - Ilustração da atuação relacionada com o fator d_{31} . Adaptado de (PREUMONT, 2011).....	7
Figura 2.1.2 - Ilustração do movimento de um atuador piezoelétrico de flexão (Noliac Group, 2013).....	8
Figura 2.1.3 - Estrutura inteligente. Adaptado de (PREUMONT, 2011)	9
Figura 2.1.4 - Viga híbrida, com camadas de PVDF e RTV270 (TZOU e CHAI, 2007) .	10
Figura 2.2.1 - Estação de trabalho com controlo ativo (Kinetic Systems, 2013).....	13
Figura 2.2.2 - Plataformas com controlo ativo (Herzan, 2013).....	13
Figura 2.2.3 - Amortecedor de Massa Ativo. Adaptado de (XU, 1996)	14
Figura 2.2.4 - <i>Active Damping Device</i> da <i>Micromega Dynamics</i> (Micromega Dynamics, 2013)	15
Figura 2.2.5 - Plataforma de ar (Kinetic Systems, 2013).....	16
Figura 2.2.6 - Estação de trabalho com controlo passivo (Kinetic Systems, 2013)	16
Figura 2.2.7 - Plataforma com controlo passivo mecânico (Minus K, 2013)	17
Figura 2.2.8 - Cabine de som (Whisper Room, 2013)	17
Figura 2.3.1 - Dispositivo de captação de energia, LTC3588-1 (DAVIS, 2010)	19
Figura 3.1.1 - Modos de vibração de uma viga encastrada. (a) 1º Modo, (b) 2º Modo e (c) 3ºModo (MEGSON, 2013)	25
Figura 3.2.1 - Controlo por feedback. Adaptado de (MURRAY-SMITH <i>et al.</i> , 2003)	27
Figura 3.2.2 - <i>Feedforward</i> (representação esquemática). Adaptado de (PREUMONT, 2011)	28
Figura 3.2.3 - Saturação de um sinal. Adaptado de (LURIE e ENRIGHT, 2000).....	31
Figura 3.2.4 - Efeito da saturação no amortecimento da estrutura. Adaptado de (SILVA, 2003)	32
Figura 3.3.1 - Fibra ótica (Althen Sensors, 2013).....	33
Figura 3.3.2 - Ponte de Wheatstone - representação esquemática (WILKINSON e OUTRAM, 2009)	34
Figura 3.3.3 - Acelerómetro para aplicações aeroespaciais (COLIBRYS, 2013)	34
Figura 3.3.4 - Sensor laser (DSE, 2013)	35
Figura 3.3.5 - Filtros RC. Adaptado de (WINDER, 2002)	37
Figura 3.3.6 - Envelope, At , de uma onda, xt . Adaptado de (FELDMAN, 2011).....	38
Figura 3.3.7 - Envelope de uma oscilação sub-amortecida. Adaptado de (FELDMAN, 2011)	39
Figura 4.2.1 - Formato do pulso periódico.....	44
Figura 4.3.1 - Influência da largura de pulso na resposta de cada frequência	46
Figura 5.2.1 - Encastramento da viga e cristais piezoelétricos.....	50

Figura 5.2.2 - Batente por solenoide. À esquerda, solenoide não atuado e viga em posição de repouso e à direita, solenoide atuado e viga em posição de libertação.	51
Figura 5.2.3 - Feixe laser a incidir sobre uma película de fita adesiva pintada com tinta acrílica	51
Figura 5.2.4 - Montagem do solenoide e do sensor laser	52
Figura 5.2.5 - Componente eletrónica da montagem	52
Figura 5.2.6 - Montagem dos perfis estruturais sobre a mesa ótica	53
Figura 5.2.7 - Montagem experimental (vista global)	53
Figura 5.3.1 - Dimensões da viga estudada	54
Figura 5.4.1 - Placa de aquisição utilizada	56
Figura 5.4.2 - Aquisição do sinal do sensor laser (<i>Simulink</i>)	56
Figura 5.4.3 - Comportamento dos filtros utilizados. Em cima, filtro passa-alto, em baixo, filtro passa-baixo.....	57
Figura 5.5.1 - Atuação pulsada estudada.....	58
Figura 5.5.2 - LCD para visualização dos valores de atraso e de largura de pulso	59
Figura 5.5.3 - Esquema de controlo.....	59
Figura 5.6.1 - Filtro RC passa-baixo de 2ª ordem.....	60
Figura 5.6.2 - Controlador de <i>feedback</i> utilizado.....	60
Figura 6.1.1 - Ensaio sem controlador	63
Figura 6.2.1 - Comportamento do controlador de <i>feedback</i> de velocidade utilizado (diferença de potencial aplicada no atuador piezoelétrico em função do tempo)	65
Figura 6.2.2 - Comportamento da viga em vibração livre e controlada por <i>feedback</i>	66
Figura 6.3.1 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 2,048 \text{ ms}$	67
Figura 6.3.2 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 4,096 \text{ ms}$	67
Figura 6.3.3 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 6,144 \text{ ms}$	68
Figura 6.3.4 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 8,192 \text{ ms}$	68
Figura 6.3.5 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 10,240 \text{ ms}$	69
Figura 6.3.6 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 12,288 \text{ ms}$	69
Figura 6.3.7 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 14,336 \text{ ms}$	70
Figura 6.3.8 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 16,384 \text{ ms}$	70
Figura 6.3.9 - Valores máximos obtidos para a razão de amortecimento para as sucessivas larguras de pulso.....	71
Figura 6.3.10 - Ajustamento realizado aos sucessivos máximos obtidos para as diferentes larguras de pulso.....	72
Figura 6.4.1 - Eficiência com ponderação linear da eficácia em função do objetivo de análise definido.....	75

Figura 6.4.2 - Eficiência com ponderação quadrática da eficácia em função do objetivo de análise definido	76
Figura 7.1.1 - Dependência sinusoidal da razão de amortecimento com o atraso do pulso	77
Figura 7.1.2 - Comportamento dinâmico da viga em função dos parâmetros de atuação	79

Lista de Tabelas

Tabela 2.1.1 - Propriedades típicas de materiais piezoelétricos. Adaptado de (PREUMONT, 2011).....	8
Tabela 3.2.1 - Comparação entre controlo por <i>feedback</i> e controlo por <i>feedforward</i> . Adaptado de (PREUMONT, 2011).....	29
Tabela 6.1.1 - Ensaio em regime de vibração livre - Resultados	64
Tabela 6.2.1 - Ensaio com controlador por <i>feedback</i> da velocidade - Resultados	64
Tabela 6.4.1 - Eficácia relativa dos controladores utilizados	72
Tabela 6.4.2 - Eficiência energética dos controladores	73
Tabela 6.4.3 - Eficiência energética com ponderação quadrática da eficácia para cada controlador	75
Tabela 7.1.1 - Parâmetros obtidos para o ajustamento da Equação (91) aos dados experimentais	78
Tabela 7.1.2 - Valores corrigidos para o parâmetro de fase, φ	78

Simbologia

A	Área de secção quando referente a características físicas Amplitude de pulso quando referente às características da atuação pulsada	[m ²] [V]
$A(t)$	Envelope de uma onda	
C	Capacidade elétrica	[F]
E	Módulo de elasticidade	[Pa]
E_e	Energia efetiva	[J]
E_s	Energia para processamento do sinal	[J.Ω]
I	Momento de inércia quando referente a características físicas Amostras de entrada de um filtro digital	[m ⁴]
K	Ganho	
L	Largura de pulso quando referente ao controlo por atuação pulsada Comprimento quando referente a características físicas	[s] [m]
O	Saída de um filtro digital	
$P(t)$	Sinal pulsado	
R	Resistência elétrica	[Ω]
T	Período de vibração	[s]
V	Tensão elétrica	[V]
Z_i	Coordenada generalizada associada ao modo i	
Z_{io}	Amplitude de vibração do modo i	[m]
a_i	Coeficientes de um filtro digital associados aos valores de saída do filtro	
a_n	Coeficientes de séries trigonométricas de Fourier	

b_i	Coeficientes de um filtro digital associados aos valores de entrada do filtro	
b_n	Coeficientes de séries trigonométricas de Fourier	
c	Coeficiente de amortecimento	[kg.s ⁻¹]
c_c	Coeficiente de amortecimento crítico	[kg.s ⁻¹]
d	Atraso no pulso	[s]
e	Número de Neper	
f	Frequência	[Hz]
f_c	Frequência de corte	[Hz]
k	Rigidez	[kg.s ⁻²]
k^*_i	Rigidez generalizada associada ao modo i	[kg.s ⁻²]
m	Massa	[kg]
m^*_i	Massa generalizada associada ao modo i	[kg]
n	Número de ciclos/constante/amostra atual	
p	Carga	[N]
t	Tempo	[s]
t_o	Tempo de objetivo	[s]
v	Deslocamento	[m]
x	Posição	[m]
ΔT	Intervalo de tempo/Tempo de amostragem	[s]
δ	Decaimento exponencial	[s ⁻¹]
θ	Fase	[rad]
μ	Eficácia do controlador	
ξ	Razão de amortecimento	

ξ_{ref}	Razão de amortecimento de referência	
ρ	Massa volúmica quando referente a características físicas Amplitude de vibração nas formulações associadas à dinâmica de estruturas	[kg.m ⁻³] [m]
σ	Constante	[rad.s ⁻¹]
ψ	Fase	[rad]
ψ_i	Função de forma do modo i	
ω	Frequência natural não-amortecida	[rad.s ⁻¹]
ω_d	Frequência natural amortecida	[rad.s ⁻¹]
ω_i	Frequência angular de vibração associada ao modo i	[rad.s ⁻¹]
ϵ	Eficiência energética	[(J.Ω) ⁻¹]
ϵ_2	Eficiência energética ponderada quadraticamente pela eficácia	[(J.Ω) ⁻¹]
ϑ	Constante real	

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo apresenta-se o tema e a estrutura da dissertação, com contextualização e estabelecimento de objetivos a alcançar com o trabalho realizado.

1.1 Enquadramento

A presença de vibrações na nossa vida quotidiana é uma constante, mesmo que não tenhamos, forçosamente, consciência disso. Desde os mais simples diálogos até às mais complexas aplicações aeroespaciais, que requerem elevada precisão aos mais diversos níveis, a influência dos fenómenos oscilatórios transcende por vezes a racionalização que fazemos acerca destes.

O som que ouvimos não é mais, tecnicamente, do que um conjunto de vibrações que se propagam no ar ou noutro meio físico às quais o nosso cérebro atribui uma significância específica. Uma viagem de avião tornar-se-ia desconfortável e incómoda ou, *in extremis*, catastrófica se não existissem meios para assegurar que, por exemplo, os *flaps* nas asas do avião se mantivessem dentro de uma gama reduzida de desvio angular face à posição desejada para estes, algo que seria impraticável sem controlo das suas vibrações. O custo de um dado bem de qualidade superior está, muitas vezes, associado a processos tecnológicos de elevada precisão que se consegue, em parte, através da supressão de vibrações indesejáveis por forma a atingir um maior rigor dimensional e geométrico e, desta forma, tornar possível a conceção de produtos com melhores ajustamentos ou acoplamentos, menor ruído e um melhor funcionamento global.

Dito isto, torna-se evidente a importância da redução dos efeitos negativos das vibrações associadas a sistemas mecânicos, por forma a garantir a produção de instrumentos de melhor qualidade e precisão para as mais diversas aplicações ao nível da engenharia. No entanto, é igualmente evidente o custo que este género de tecnologias acarreta atualmente e, desta forma, torna-se importante estudar novas abordagens ao problema do controlo dinâmico de vibrações, na tentativa de criar soluções mais simples e com menores custos (não só financeiros como também energéticos) que, no entanto, permitam resultados igualmente eficazes na perspetiva de uma dada aplicação.

Seguindo esta linha de pensamento, será estudada nesta dissertação a viabilidade de realizar o controlo dinâmico ativo de estruturas leves recorrendo a uma atuação pulsada com recurso a materiais piezoelétricos pois, caso esta seja praticável com bons resultados,

poderá futuramente conduzir à redução dos gastos energéticos associados neste momento a métodos ativos de controlo e, eventualmente e no caso de certas aplicações, conduzir à autonomia energética do sistema de controlo. Esta solução será implementada para realizar o controlo de uma viga encastrada em alumínio, sendo realizada uma análise de resultados fundamentalmente comparativa.

1.2 Motivação e Objetivos

A metodologia de controlo que se pretende estudar foi motivada por evidência experimental em outros trabalhos científicos (que será detalhada em capítulos seguintes) da sua viabilidade. Sendo viável a aplicação de um controlo através de pulsos temporizados, as vantagens seriam notáveis, principalmente ao nível energético e no desenvolvimento de sistemas de controlo ativo com uma maior autonomia energética e maior simplicidade de hardware. Com base nisto, decidiu-se então aprofundar o trabalho desenvolvido neste contexto e, assim sendo, os principais objetivos deste trabalho prendem-se com a resposta à viabilidade desta metodologia de controlo e com os meios que permitiram alcançar essa resposta. Como tal, os objetivos que se almeja alcançar são:

- estudar as atuais soluções existentes ao nível do controlo dinâmico de estruturas e das aplicações de materiais inteligentes (como os materiais piezoelétricos) nesta área de estudos e em algumas dessas soluções;
- realizar a análise do comportamento dinâmico de uma viga encastrada ao nível teórico e experimental;
- analisar e avaliar o controlo com *feedback* direto por medição do parâmetro deslocamento para criar uma metodologia de controlo de referência;
- formular matematicamente a hipótese subjacente ao controlo através de uma metodologia de atuação pulsada;
- desenvolver um sistema autónomo de controlo com recurso a atuação pulsada e avaliação do seu desempenho em termos absolutos;
- analisar comparativamente a solução proposta e identificação do seu potencial de aplicação;
- estudar a viabilidade da solução proposta para o desenvolvimento de elementos de controlo ativo integralmente autónomos;

1.3 Organização do Documento

A dissertação encontra-se dividida em 7 capítulos organizados de forma a facilitar a compreensão progressiva dos conceitos inerentes ao problema. O conteúdo destes pode ser sintetizado da seguinte forma:

❖ Capítulo 1

- Neste capítulo apresenta-se o tema e a estrutura da dissertação, com contextualização e estabelecimento de objetivos a alcançar com o trabalho realizado.

- ❖ Capítulo 2
 - O intuito deste capítulo é o de descrever os conceitos de base subjacentes ao trabalho. Para tal, abordam-se os seguintes temas: materiais inteligentes, mecanismos de controlo dinâmico e, brevemente, a captação de energia. Procura-se assim estabelecer uma relação entre teoria e prática, de forma a melhor compreender a importância destas temáticas no dia-a-dia e quais as aplicações que delas podem surgir.
- ❖ Capítulo 3
 - Tendo em conta o cariz experimental mas, simultaneamente, teórico do trabalho realizado, tenciona-se apresentar, neste capítulo, uma breve descrição do problema do ponto de vista da descrição dos movimentos oscilatórios de estruturas e de quais os meios utilizados para o seu controlo, incluindo os mecanismos de processamento de sinal necessários para a realização adequada desse mesmo controlo.
- ❖ Capítulo 4
 - Neste capítulo é formulada uma hipótese que procura fundamentar e contextualizar o trabalho realizado, com o objetivo de reduzir o número de parâmetros a analisar e a amplitude dos intervalos de valores dos parâmetros que devem ser estudados.
- ❖ Capítulo 5
 - Neste capítulo é explicada a montagem experimental realizada, bem como os métodos e meios aplicados para realizar o estudo pretendido de forma a garantir precisão, repetibilidade e fiabilidade adequadas à análise exigida para um correto estudo paramétrico da atuação pulsada no controlo dinâmico de estruturas.
- ❖ Capítulo 6
 - Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos e é realizada a sua análise no contexto dos objetivos definidos previamente para o trabalho.
- ❖ Capítulo 7
 - O trabalho é finalizado neste capítulo com comentários e conclusões acerca dos resultados obtidos de forma a introduzir e contextualizar sugestões para futuros trabalhos e desenvolvimentos.

Esta síntese pode ser encontrada no início de cada capítulo com o objetivo de realizar um enquadramento inicial dos mesmos durante a leitura.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O intuito deste capítulo é o de descrever os conceitos de base subjacentes ao trabalho. Para tal, abordam-se os seguintes temas: materiais inteligentes, mecanismos de controlo dinâmico e, brevemente, a captação de energia. Procura-se assim estabelecer uma relação entre teoria e prática, de forma a melhor compreender a importância destas temáticas no dia-a-dia e quais as aplicações que delas podem surgir.

2.1 Materiais Inteligentes

Os materiais inteligentes são uma classe de materiais que possuem alguma propriedade que possa ser facilmente manipulada através de estímulos externos de uma forma energética, habitualmente, diferente daquela que lhe está associada. A título de exemplo, os materiais, classicamente, respondem a estímulos de origem mecânica (tensões) por forma mecânica (deformações) ou, neste caso específico, podem também responder mecanicamente a estímulos térmicos (relacionados através do coeficiente de expansão térmica), mas um material inteligente seria aquele que fosse capaz de transformar esse estímulo não só numa resposta igualmente mecânica ou térmica, mas também numa resposta associada a propriedades elétricas, magnéticas, óticas ou até químicas (TAKÁCS, 2012).

2.1.1 Exemplos de materiais inteligentes

Diferentes tipos de materiais inteligentes podem ser considerados, como sejam:

- Materiais piezoelétricos;
 - Produzem uma diferença de potencial quando estimulados através de tensões e podem ser utilizados com efeito contrário, isto é, respondem com tensões a diferenças de potencial elétrico que lhe sejam aplicadas (KERMANI *et al.*, 2008).
- Materiais com memória de forma;
 - Estes materiais, normalmente diferenciados entre ligas metálicas (SMA, *Shape Memory Alloys*) ou polímeros (SMP, *Shape Memory Polymers*), têm a capacidade de retomar um dado estado de deformação previamente gravado através de um estímulo externo, como por exemplo o seu

aquecimento, transformando assim energia térmica em energia mecânica (PREUMONT, 2011).

- Materiais magnetostritivos;
 - Estes materiais têm a capacidade de converter campos magnéticos em deformações e vice-versa (PREUMONT, 2011).
- Materiais eletrostritivos;
 - Relacionam deformações mecânicas com campos elétricos. Neste caso, a deformação produzida está relacionada quadraticamente com o campo elétrico aplicado (TZOU e CHAI, 2007).
- Ferrofluidos;
 - Os ferrofluidos são líquidos com capacidade para se alinhar com campos magnéticos externos, algo que é possível através da inclusão de nanopartículas ferromagnéticas na estrutura do fluido que é, normalmente, água ou um solvente orgânico (ODENBACH, 2010).
- Materiais com cromismo;
 - O cromismo é uma mudança nas propriedades óticas (como a cor ou a opacidade) de um dado composto através de estímulos externos. Materiais com cromismo podem alterar a sua cor através de mudanças na sua temperatura (fotocromismo) ou através da aplicação de diferenças de potencial (eletrocromismo), entre vários outros processos (WIKIPEDIA e LLC, 2010).
- Elastómeros dielétricos.
 - Estes materiais têm a capacidade de produzir deformações elevadas através de energia elétrica (CARPI *et al.*, 2011).

No que diz respeito a aplicações ao nível de controlo estrutural, torna-se conveniente que o material seja capaz de desenvolver uma capacidade de deformação através de estímulos elétricos externos, para efeitos de atuação, ou produzir sinais elétricos através de estímulos mecânicos. Assim sendo, serão enfatizados os materiais piezoelétricos e será feita uma breve referência à aplicação de elastómeros dielétricos e de materiais eletrostritivos ao nível do controlo estrutural.

2.1.2 Materiais piezoelétricos

O fenómeno da piezoelectricidade foi descrito pela primeira vez por Pierre e Jacques Curie (CURIE e CURIE, 1880), fundamentado experimentalmente por alterações nas superfícies de vários cristais quando sujeitos a esforço mecânico. Desta forma, havia sido descoberto o efeito piezoelétrico direto, isto é, a conversão de estímulos mecânicos em campos elétricos (MOHEIMANI e FLEMING, 2010). O efeito piezoelétrico reverso, ou seja, a conversão de campos elétricos em força mecânica (MOHEIMANI e FLEMING, 2010), foi previsto teoricamente no ano seguinte por Lippmann (LIPPMANN, 1881) e posteriormente corroborado experimentalmente pelos irmãos Curie.

Este fenómeno foi acolhido com grande interesse pela comunidade científica e, durante a Primeira Guerra Mundial, foi desenvolvida a primeira aplicação prática relevante da piezoelectricidade. Nesta altura e devido às necessidades do período de guerra que se vivia, Paul Langevin (que tinha sido aluno de doutoramento de Pierre Curie) e os seus

parceiros de trabalho desenvolveram e patentearam um detetor de submarinos ultrassônico que utilizava como princípio de base para o seu funcionamento o efeito da piezoelectricidade (MOHEIMANI e FLEMING, 2010).

Desde então, várias outras aplicações e descobertas têm vindo a ser desenvolvidas, tendo sido a gama de aplicabilidade deste efeito bastante alargada pelo desenvolvimento de materiais piezoelétricos com base cerâmica durante a Segunda Guerra Mundial. Estes novos materiais permitiram desenvolver, entre outros, sistemas de sonar e ignições piezoelétricas (MOHEIMANI e FLEMING, 2010).

Tendo já presente o contexto histórico da evolução do aproveitamento do efeito da piezoelectricidade, convém, contudo, referir alguns dos principais conceitos físicos associados aos materiais que permitem rentabilizar este fenómeno.

As leis constitutivas que descrevem o comportamento de materiais piezoelétricos encontram-se, atualmente, já formuladas e podem ser consultadas com detalhe em (IEEE Standard on Piezoelectricity, 1988). A norma referida provê uma formulação matemática do comportamento eletromecânico dos materiais piezoelétricos assumindo um comportamento linear destes, o que é tido como uma boa aproximação para campos elétricos e tensões mecânicas relativamente reduzidas (MOHEIMANI e FLEMING, 2010). Assim sendo, esta formulação é, ainda, comumente aceite e utilizada pelos fabricantes e utilizadores destes materiais, sendo as propriedades destes catalogadas segundo as designações e formulações referidas pela norma indicada.

No enquadramento do presente trabalho, convém realçar o fator d_{31} , cujo significado pode ser mais facilmente visualizado através da Figura 2.1.1. Notar apenas que os índices dos coeficientes indicados na norma IEEE estão associados a convenções em relação ao referencial de direções. Para uma compreensão mais aprofundada desta temática, deve ser consultada a norma referida.

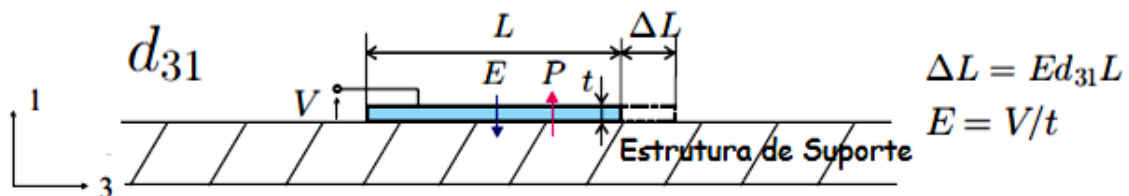


Figura 2.1.1 - Ilustração da atuação relacionada com o fator d_{31} . Adaptado de (PREUMONT, 2011).

Na figura anterior, P representa a direção de polarização do material (PREUMONT, 2011), estando o significado das restantes grandezas ilustrado na própria figura.

Como é possível depreender, este fator torna-se essencial na definição da atuação através de materiais piezoelétricos para fins de controlo, permitindo relacionar a diferença de potencial aplicada com a expansão ou contração do material, ou seja, permite relacionar o estímulo elétrico com a deformação sofrida pelo material (MOHEIMANI e FLEMING, 2010, PREUMONT, 2011).

Habitualmente, os materiais piezoelétricos são distinguidos entre cerâmicos e poliméricos, sendo os primeiros habitualmente produzidos a partir de titanato zirconato de chumbo (PZT) e os últimos de fluoreto de polivinilideno (PVDF) (PREUMONT, 2011). Numa tentativa de eliminar o chumbo dos materiais piezoelétricos cerâmicos devido às questões ambientais que lhe estão associadas, têm sido recentemente desenvolvidos novos

materiais cerâmicos com novas composições sem a presença de chumbo (GU *et al.*, 2012). No entanto, globalmente, os materiais piezoelétricos cerâmicos têm características mais adequadas à função de atuação face aos materiais piezoelétricos poliméricos (RIBEIRO, 2010). Estas características podem ser vistas, para efeitos comparativos, na Tabela 2.1.1, onde se apresentam valores genéricos para cristais piezoelétricos de PZT e de PVDF.

Tabela 2.1.1 - Propriedades típicas de materiais piezoelétricos. Adaptado de (PREUMONT, 2011)

Propriedades	PZT	PVDF
Constantes piezoelétricas $d_{33}(10^{-12}m/V)$ $d_{31}(10^{-12}m/V)$	300 -150	-25 <i>uni-axial:</i> $d_{31} = 15$ $d_{32} = 3$ <i>bi-axial:</i> $d_{31} = d_{32} = 3$
Fator de acoplamento eletromecânico k_{33} k_{31} k_{15}	0,7 0,3 0,7	~0,1
Campo elétrico máximo (V/mm)	2000	5×10^5
Massa volúmica (kg/m^3)	7600	1800
Módulo de Elasticidade (GPa)	50	2,5
Tensão Máxima (MPa) Tração Compressão	80 600	200 200
Deformação Máxima	Frágil	50%

Têm sido desenvolvidas novas formas de atuação e deformação do material piezoelétrico, nomeadamente a atuação através de esforços de flexão, cujo conceito e aplicabilidade a problemas de controlo ativo de estruturas foram demonstrados (KAWIECKI *et al.*, 1995), existindo atualmente soluções comerciais de cristais piezoelétricos concebidas especificamente para esta forma de atuação (Noliac Group, 2013). Na Figura 2.1.2 encontra-se ilustrado o movimento produzido por estes atuadores.

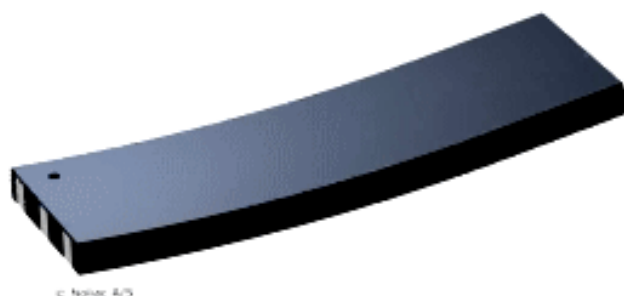


Figura 2.1.2 - Ilustração do movimento de um atuador piezoelétrico de flexão (Noliac Group, 2013)

2.1.3 Aplicações estruturais

Quando aplicados a estruturas mecânicas, os materiais inteligentes têm a capacidade de dotar a estrutura na qual se encontram aplicados de propriedades melhores do ponto de vista da engenharia. Através destes, é possível reduzir o nível de vibração e, desta forma, permitir a elaboração de soluções de precisão exigidas no contexto de várias indústrias e aplicações (PREUMONT, 2011). Uma estrutura onde se encontrem presentes e integrados atuadores e sensores, relacionados entre si através de um controlador, designa-se habitualmente por estrutura inteligente e, com uma boa combinação entre os vários elementos que a integram e são indissociáveis dela, pode exibir vantagens significativas ao nível do seu comportamento dinâmico (PREUMONT, 2011). Na Figura 2.1.3 pode ser encontrada uma representação esquemática da integração entre os elementos de uma estrutura inteligente.

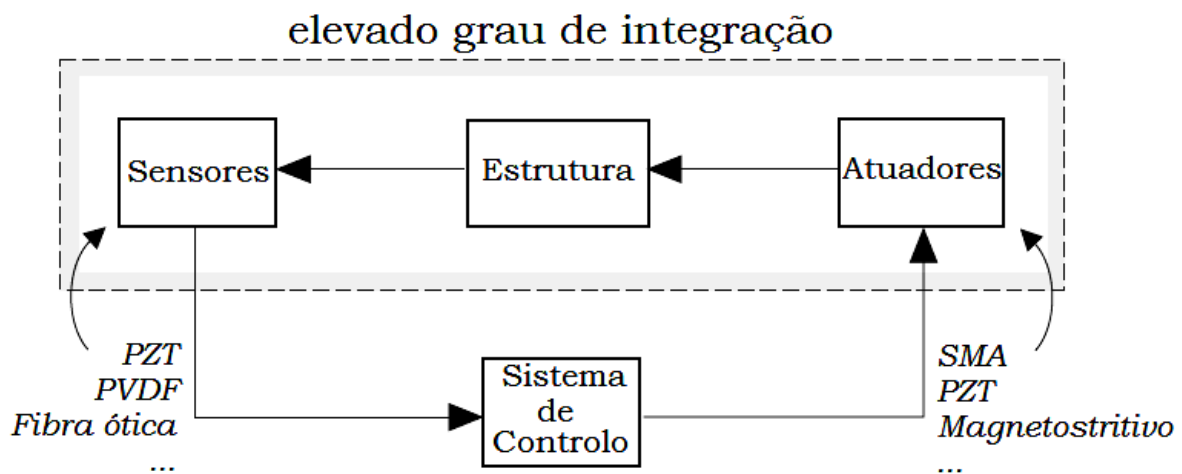


Figura 2.1.3 - Estrutura inteligente. Adaptado de (PREUMONT, 2011)

A aplicação de materiais inteligentes em estruturas inteligentes é, assim, uma das principais áreas de aplicação. A este nível, os materiais piezoelétricos demonstram elevado potencial, principalmente na sua aplicação a estruturas leves (MOHEIMANI e FLEMING, 2010), não só como solução ao nível do controlo ativo de estruturas, mas também existem aplicações que utilizam estes materiais forma de controlo passivo (RIBEIRO, 2010). A sua aplicação abrange tanto a componente de transdução de sinal como a componente de atuação (MOHEIMANI e FLEMING, 2010, PREUMONT, 2011).

Também ao nível da aplicação estrutural de materiais inteligentes, é habitual a presença de materiais eletrostritivos tanto ao nível da transdução de sinal (HEYDT *et al.*, 1998), como também na sua aplicabilidade como atuadores (TZOU e CHAI, 2007). De forma semelhante, os elastómeros dielétricos, cujo estudo é mais recente (foram descobertos no início da última década do século XX), têm um elevado potencial de aplicação em estruturas inteligentes, constituindo uma alternativa viável ao nível da transdução de sinal (CARPI *et al.*, 2011) e sendo ainda capazes de produzir deformações substanciais que se tornam úteis na sua aplicação como atuadores (WISSLER e MAZZA, 2007).

Na Figura 2.1.4, com o intuito de representar a versatilidade da aplicação de materiais inteligentes em aplicações estruturais, pode ver-se um exemplo de aplicação em que é

utilizada uma camada piezoelétrica polimérica PVDF com função de transdução e uma outra camada eletrostritiva de fluorossilicone RTV270 preto (face da viga visível na figura) com função de atuação para realizar o controlo estrutural ativo de uma viga encastrada montada sobre um excitador.



Figura 2.1.4 - Viga híbrida, com camadas de PVDF e RTV270 (TZOU e CHAI, 2007)

Ainda a nível estrutural, a utilização de materiais inteligentes abrange uma vasta área de aplicações onde seja necessária a redução de vibrações. A este nível, existem vários exemplos de aplicações de redução de vibrações para a indústria aeroespacial, biociências, acústica e ótica (MOHEIMANI e FLEMING, 2010).

2.1.4 Outras aplicações

Devido às suas propriedades, a aplicabilidade dos materiais inteligentes não se resume apenas ao controlo dinâmico de estruturas. Colocando particular ênfase no caso dos materiais piezoelétricos, algumas destas aplicações são:

- Ignição para isqueiros;
 - Desenvolvida por Walter Mohr em 1976 (MOHR, 1976), a ignição de isqueiros através de materiais piezoelétricos tornou-se uma aplicação corrente que, atualmente, é utilizada numa vasta gama de produtos.
- Gerador de energia com o movimento do utilizador;
 - Este género de dispositivos tem como fundamento o efeito piezoelétrico direto e, fazendo uso deste, aproveitam o movimento de um indivíduo para gerar alguma energia (PRESTON, 2011).
- Controlo de forma de estruturas adaptativas;
 - Esta aplicação (na literatura internacional designada por *morphing*) consiste na atuação de materiais piezoelétricos com o intuito de modificar e controlar a forma de um dado componente. Estas técnicas são utilizadas em componentes leves e são de particular interesse para a indústria

aeroespacial (COUTU *et al.*, 2010) e para aplicações científicas (SILVA, 2003).

- Equipamento desportivo;
 - Os materiais inteligentes são também aplicados em produtos desportivos com o intuito de reduzir o seu nível de vibrações. Como exemplo, existem raquetes de ténis, esquis e pranchas de *snowboard* que já aplicam estes princípios (MOHEIMANI e FLEMING, 2010).
- Microscópio de corrente de tunelamento;
 - Esta invenção, que valeu o Prémio Nobel da Física de 1986 a Gerd Binnig e Heinrich Rohrer, permite obter imagens de alta precisão e amplificação (utilizado, por exemplo, na obtenção de imagens de átomos e moléculas). São utilizados com este efeito, entre outros componentes, transdutores piezoelétricos para realizar o controlo de posição (CHEN, 1993).
- Altifalantes;
 - O uso do efeito piezoelétrico reverso na produção de um atuador para aplicações acústicas data do princípio do século XX, com a invenção do altifalante piezoelétrico por Lewis Chubb (CHUBB, 1925).
- Osciladores;
 - Os cristais piezoelétricos (particularmente os cristais de quartzo), são frequentemente utilizados para produzir uma frequência regular, o que é útil em aplicações de eletrónica, como relógios eletrónicos ou micro-controladores (FIRTH *et al.*, 1965).
- Cirurgia.
 - Nas últimas décadas do século XX, os materiais piezoelétricos têm tido aplicação na área da medicina, permitindo a realização de cirurgias (particularmente de corte de tecido ósseo) menos invasivas e com menos riscos para o utente através de microvibrações de alta frequência, permitindo ainda uma melhoria na visibilidade e precisão do processo (LABANCA *et al.*, 2008).

Estes exemplos demonstram a versatilidade de aplicações abrangidas pelos materiais piezoelétricos que, contudo, se encontram todas elas alicerçadas através dos mesmos princípios inerentes à piezoelectricidade, permitindo a realização de várias aplicações de transdução, atuação, temporização e capacidade de produção de elevadas voltagens.

2.2 Mecanismos de Controlo Dinâmico

Como tem vindo a ser referido, e no que toca a estruturas mecânicas - sejam estas de menor ou maior dimensão (desde aplicações de precisão até arranha-céus) - existe a necessidade de controlar e limitar o movimento e vibração destas. Isto é conseguido através de meios que se distinguem, usualmente, em 3 categorias distintas, consoante as suas características: controlo ativo, controlo passivo e controlo híbrido (VASQUES, 2008).

O controlo ativo de estruturas, vai de encontro aos mecanismos de controlo que, indiretamente têm vindo a ser referidos em secções anteriores. Esta metodologia de controlo

consiste na integração de dispositivos de transdução e de atuação na estrutura a controlar e, através do processamento e manipulação adequada do sinal adquirido pelos transdutores, criar uma resposta de controlo nos atuadores por forma a atenuar a vibração da estrutura (PREUMONT, 2011, VASQUES, 2008).

Já os mecanismos de controlo passivo, fazem uso dos próprios materiais e montagens por forma a criar um sistema mais estável. No que toca ao controlo passivo através dos materiais utilizados, este é conseguido através do material da própria estrutura quando é possível utilizar materiais com características mais adequadas a este fim (VASQUES, 2008) ou, em alternativa, integrando materiais com características dissipativas (como materiais viscoelásticos) na estrutura (MOREIRA, 1996). Relativamente às montagens e à estrutura, pode melhorar-se as características dinâmicas desta simplesmente através de uma melhor integração desta no meio envolvente ou, em alternativa, através de meios de transmissão de forças ou estímulos entre componentes mais adequados (MOREIRA, 1996).

Quando conveniente (seja por motivos de fiabilidade, energia ou desempenho), podem ser integrados numa mesma estrutura, mecanismos de controlo ativo que coexistam com meios passivos de controlo, sendo este formato de controlo designado por controlo híbrido (VASQUES, 2008).

Tendo isto em consideração, serão apresentadas, em seguida, soluções conceptuais e comerciais atualmente existentes e aplicadas para diversos fins. Note-se apenas que, na maioria dos casos, as soluções ativas encontram-se associadas a sistemas passivos de controlo de vibração pelos motivos mencionados anteriormente na referência a sistemas híbridos e, desta forma, serão apresentadas como soluções ativas, algumas soluções que na realidade são híbridas, indiscriminadamente.

2.2.1 Soluções ativas

No que diz respeito aos conceitos inerentes a soluções ativas de controlo, estes serão estudados com mais detalhe no capítulo seguinte e, portanto, a análise aqui realizada focar-se-á, essencialmente, em soluções disponíveis no mercado que apliquem estes conceitos.

Genericamente, as soluções disponíveis no mercado atuam por *feedback*, ou seja, para abrangerem um maior número de casos, o controlo ativo é realizado através da atuação com base no sinal recebido pelos transdutores sem ser afetado de modelos preditivos (*feedforward*). A este nível encontram-se soluções de vários fabricantes para diversos fins. Entre estas, serão apresentadas apenas algumas a título ilustrativo.

Entre as soluções ativas que se encontram no mercado, encontram-se plataformas/mesas e estações de trabalho com controlo ativo de vibrações. Como exemplo, tem-se a estação de trabalho *8002 Series Active Vibration Control Workstation* (Figura 2.2.1) da *Kinetic Systems* (Kinetic Systems, 2013). Esta estação de trabalho está especialmente concebida para oferecer isolamento de alta qualidade, útil em aplicações de elevada precisão como verificação de peso, microscopia de força atómica, perfilometria, ou outras aplicações que requeiram elevada eficiência no controlo de vibrações.



Figura 2.2.1 - Estação de trabalho com controlo ativo (Kinetic Systems, 2013)

Em termos de plataformas e mesas de controlo, tem-se, do mesmo fabricante, a plataforma *8001 Series Active Vibration Control Platform* com aplicações mencionadas em interferometria e microscopia (isto é, apesar de não garantir a mesma precisão que a estação de trabalho, continua a ser, fundamentalmente, concebida para aplicações que exijam bastante precisão). Tem-se ainda, por exemplo, plataformas de controlo ativo da marca *Herzan* (Herzan, 2013), com a sua série de plataformas *TS* (Figura 2.2.2), que tem aplicações semelhantes à plataforma da *Kinetic Systems*.



Figura 2.2.2 - Plataformas com controlo ativo (Herzan, 2013)

Em termos quantitativos, os sistemas referidos chegam a atingir atenuações de vibração na ordem dos 99,9% para determinadas frequências (Herzan, 2013).

Outro exemplo, com aplicações distinta das que têm sido apresentadas, é o amortecedor de massa ativo (*AMD - Active Mass Damper*), cuja maior área de aplicação é ao nível

dos edifícios e do controlo destes, seja devido aos efeitos do vento, sismos, ou outros. Este mecanismo consiste na alteração dos efeitos de inércia do próprio edifício por forma a combater os estímulos externos que lhe são aplicados (XU, 1996). O diagrama de funcionamento de base desta forma de controlo encontra-se representado na Figura 2.2.3. Em caso de interesse, uma análise da aplicação de métodos ativos no controlo de edifícios foi realizada por Sinan Korkmaz, com uma descrição de várias soluções atualmente implementadas em engenharia civil (KORKMAZ, 2011).

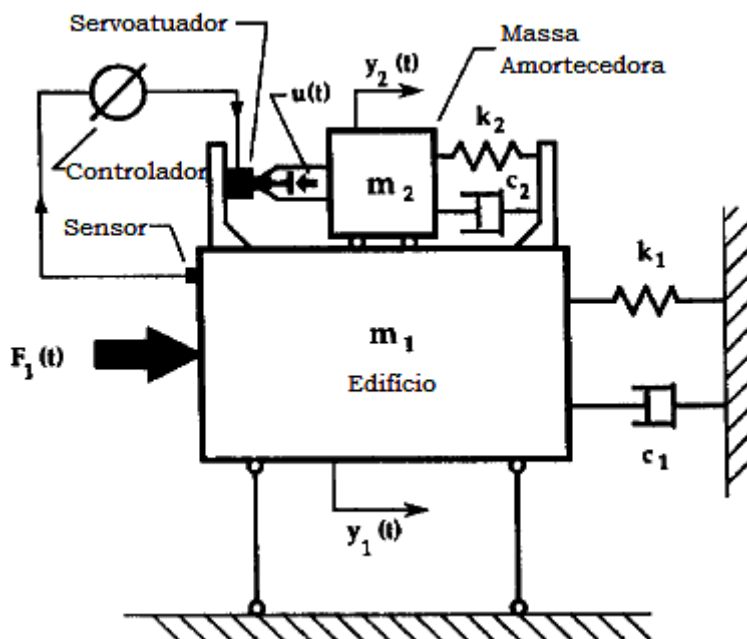


Figura 2.2.3 - Amortecedor de Massa Ativo. Adaptado de (XU, 1996)

Um último dispositivo que será enfatizado é o dispositivo de amortecimento ativo da *Micromega Dynamics* (Micromega Dynamics, 2013), *ADD* (Active Damping Device), que se ilustra na Figura 2.2.4. Este dispositivo é já atualmente utilizado no controlo do trepidar de máquinas ferramenta (particularmente de retificadoras, que exigem uma maior precisão, e de fresadoras) e no controlo vibro acústico de pontes ferroviárias e máquinas ferramenta (concretamente, em operações de corte e embutidura), sendo referidas como potenciais áreas de aplicação a robótica industrial (no melhoramento da velocidade e precisão dos movimentos), a visão industrial e médica (para a produção de imagens mais estáveis) e a redução da vibração de máquinas de produção, bem como o melhoramento da sua velocidade e precisão de trabalho (Micromega Dynamics, 2013). Estes dois últimos sistemas de controlo ativo de vibrações baseiam-se no sistema passivo *Tuned Mass Damper* (TMD) onde é inserido um elemento de amortecimento ativo.



Figura 2.2.4 - Active Damping Device da Micromega Dynamics ([Micromega Dynamics](#), 2013)

2.2.2 Soluções passivas

Uma solução passiva bastante estudada envolve materiais piezoelétricos e aplica um princípio de dissipação da energia elétrica gerada por estes durante a vibração de estruturas leves para reduzir a própria vibração. Este método dissipativo é usualmente designado por *shunt damping* (amortecimento por impedância) e apresenta resultados satisfatórios como solução de amortecimento ao nível analítico, com redução da amplitude da curva de resposta em frequência do primeiro modo de vibração em cerca de 99% (RIBEIRO, 2010). No entanto, em termos práticos, o funcionamento adequado desta metodologia está condicionado à própria capacitância da estrutura, já que todo o dimensionamento do sistema de controlo está sustentado no dimensionamento de impedâncias específicas que afetem modos de vibração da estrutura específicos que se tencionem amortecer, sendo necessários métodos adaptativos e impedâncias variáveis para contornar esta problemática (NIEDERBERGER *et al.*, 2004).

A aplicação de materiais viscoelásticos em estruturas, sob a forma de tratamentos superficiais, constitui também uma solução de amortecimento passivo muito eficiente e simples.

Em termos gerais, para aplicações em que exista necessidade de controlo de alguma estrutura sem necessidade de um nível de precisão bastante elevado, existem soluções passivas de controlo, prevalecendo estas, nestes casos, sobre as soluções ativas de controlo, sendo que as estas últimas devem, ainda assim, ser acompanhadas de mecanismos de amortecimento passivos (PREUMONT, 2011). Os mecanismos de controlo passivo de estruturas de engenharia civil podem ser vistos na revisão de Spencer e Nagarajaiah acerca dessa matéria (SPENCER JR e NAGARAJAIAH, 2003), enquanto que aplicações para estruturas leves, nomeadamente para componentes da indústria aeroespacial, foram revistas por Holt Ashley (ASHLEY, 1984).

Já em relação a soluções comerciais que envolvem amortecimento passivo de vibrações, existe uma gama abrangente de produtos e aplicações que podem ser referidas, nomeadamente estações de trabalho e plataformas (semelhantemente ao que sucedia para os mecanismos de controlo ativo). Nos mesmos fabricantes, podem ser vistas várias soluções exclusivamente passivas destes produtos. A título de exemplo, podem ser mencionadas as plataformas de ar da *BenchMate* da série 2210 (Figura 2.2.5) que pode ser vista no catálogo da *Kinetic Systems* ([Kinetic Systems](#), 2013) ou ainda a estação de trabalho 9200

Series Personal LabMate Vibration Isolation Workstation (Figura 2.2.6) que proporcionam uma solução viável para a supressão de vibração para a utilização de balanças, microscópios óticos, injeção de células, entre outras (Kinetic Systems, 2013).



Figura 2.2.5 - Plataforma de ar (Kinetic Systems, 2013)



Figura 2.2.6 - Estação de trabalho com controlo passivo (Kinetic Systems, 2013)

Embora as plataformas de ar sejam produtos com bastante popularidade, existem também plataformas passivas que utilizam elementos mecânicos como molas para atingir a redução de vibração necessária, constituindo os produtos do fabricante *Minus K* (cujo

esquema de funcionamento é ilustrado na Figura 2.2.7), alternativas viáveis neste sentido (Minus K, 2013).

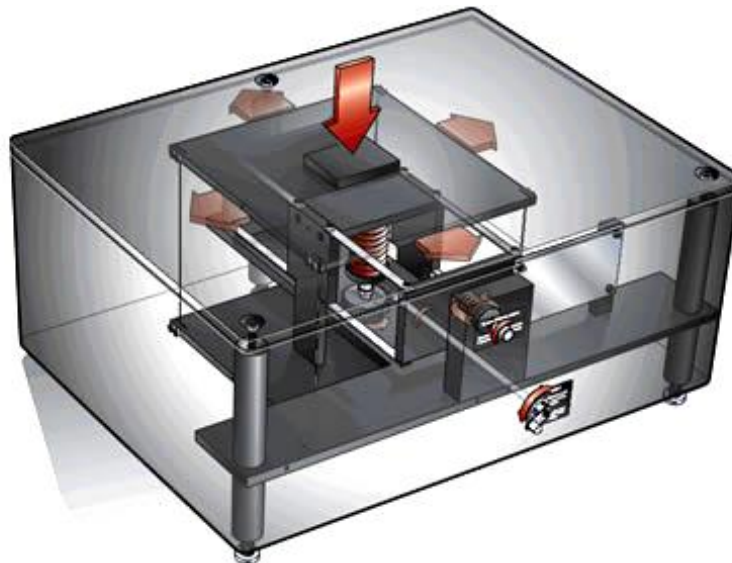


Figura 2.2.7 - Plataforma com controle passivo mecânico (Minus K, 2013)

A aplicação de sistemas passivos de controle é bastante popular não só em aplicações estruturais, como também em aplicações para acústica. No processo de obtenção de qualidade de som de nível de estúdio ou no isolamento entre divisões de construções, são muitas vezes utilizados painéis de isolamento acústico e, no caso da área musical (ou da radiofonia) podem ser utilizadas cabines de som especialmente concebidas para a obtenção de um isolamento máximo (Figura 2.2.8). Estas câmaras podem ser tratadas integralmente, incluindo o pavimento (câmaras anecoicas).



Figura 2.2.8 - Cabine de som (Whisper Room, 2013)

Independentemente do seu fim, o princípio de funcionamento destes sistemas é o mesmo que está associado às aplicações estruturais, ou seja, é fundamentado na absorção e dissipação de energia de uma dada fonte que se pretende controlar.

2.2.3 Resumo

As soluções passivas de controlo, ao serem inerentes à própria estrutura ou componentes, não requerem fontes exteriores de energia para atingir o seu objetivo de redução dos níveis de vibração. Associando a isto o facto de estes sistemas se basearem na dissipação de energia, a fiabilidade dos métodos de controlo passivo é habitualmente superior, nunca podendo ser originadas instabilidades, algo que não é forçosamente verdade para os sistemas ativos. Assim sendo, muito apesar de os níveis de redução de vibração não serem tão elevados como no caso das soluções de controlo ativo, principalmente para as aplicações a baixa/média frequência, os sistemas passivos são, para um conjunto elevado de casos, a melhor opção, satisfazendo os requisitos das aplicações com custos energéticos inferiores (Minus K, 2013).

No entanto, as soluções ativas têm a sua predominância em aplicações onde é requerida elevada precisão e controlos eficientes e, apesar das desvantagens associadas ao seu custo energético (não sendo necessário apenas o investimento inicial), estas soluções respondem eficazmente em casos onde seria inviável optar exclusivamente por um amortecimento através de meios passivos.

2.3 Captação de Energia

A captação de energia (na literatura estrangeira designada por *harvesting* ou *power harvesting*) é um aspeto preponderante na realização de sistemas energéticos autossuficientes e está, por vezes, associada a materiais inteligentes como aplicação destes, sendo este o foco desta secção.

A importância desta temática tem surgido associada aos recentes avanços na área das tecnologias sem-fios e de sistemas micro-eletromecânicos e da necessidade em dotar estes sistemas de um mecanismo que tenha a capacidade de gerar energia para sustentar o seu próprio consumo energético (SODANO *et al.*, 2004). Para este fim, os materiais piezoelétricos e, particularmente, os métodos de amortecimento através de impedâncias ligadas a estes (abordado na secção anterior), tornam-se relevantes, existindo a possibilidade da energia dissipada não ser completamente desperdiçada mas, de forma relativamente simples, ser parcialmente aproveitada (LESIEUTRE *et al.*, 2004).

Os principais desafios que condicionam este género de aplicações, prendem-se com a capacidade de geração de potência suficiente para alimentar os componentes eletrónicos através dos materiais piezoelétricos. Como, tipicamente, os materiais piezoelétricos produzem potências relativamente reduzidas (na ordem dos micro ou mili Watts), a aplicabilidade dos sistemas de captação de energia depende, fundamentalmente, de sistemas de armazenamento de energia paralelos à captação em si. Normalmente, este problema é resolvido utilizando baterias recarregáveis, permitindo o armazenamento de energia de vibrações ambientais e realização de sistemas eletrónicos mais autónomos ou até totalmente autónomos (SODANO *et al.*, 2004).

Atualmente, existem componentes eletrônicos com capacidade para realizar a captação e o armazenamento de energia através de fontes de baixa tensão, tendo como saída uma tensão mais elevada de valor estável. Estes componentes são já aplicados, por exemplo, na alimentação de controlos remotos ou de outros aparelhos com um ciclo de trabalho reduzido, em que a potência exigida pode atingir valores relativamente altos (comparativamente à fonte utilizada para a captação de energia), mas esta é exigida durante períodos de tempo relativamente reduzidos, permitindo que entretanto seja armazenada energia suficiente para permitir a sua utilização. Um exemplo disto é LTC3588-1 da *Linear Technologies* (Figura 2.3.1), que é um dispositivo otimizado para captação de energia de fontes de tensão reduzida (como transdutores piezoelétricos).



Figura 2.3.1 - Dispositivo de captação de energia, LTC3588-1 (DAVIS, 2010)

Utilizando este componente, é possível obter uma tensão constante para alimentação, por exemplo, de microcontroladores ou de sensores, tendo a vibração ambiental como fonte de energia (DAVIS, 2010). Seguindo este princípio, na eventualidade do funcionamento de uma atuação pulsada como método para realizar o controlo ativo de estruturas, pode ser possível criar um método de aproveitamento de energia para autonomizar o processo de controlo a nível energético (ou tornar o processo mais autónomo), acumulando energia para permitir o controlo quando o nível de vibração excedesse um certo valor ou quando não existissem necessidades de controlo.

Capítulo 3

Controlo Dinâmico e Processamento de Sinal

Tendo em conta o cariz experimental mas, simultaneamente, teórico do trabalho realizado, tenciona-se apresentar, neste capítulo, uma breve descrição do problema do ponto de vista da descrição dos movimentos oscilatórios de estruturas e de quais os meios utilizados para o seu controlo, incluindo os mecanismos de processamento de sinal necessários para a realização adequada desse mesmo controlo.

3.1 Dinâmica Estrutural

Tipicamente, o comportamento dinâmico de uma estrutura é descrito como sendo semelhante ao de um sistema de segunda ordem (do tipo massa-mola-amortecedor), cuja resposta a um estímulo genérico p é ditada pela Equação (1) (CLOUGH e PENZIEN, 2003).

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p(t) \quad (1)$$

A resposta da estrutura pode então ser dividida em duas componentes, estando uma delas associada à resposta livre da estrutura - obtida anulando o estímulo p na equação anterior, como ilustrado na Equação (2) - e a outra a resposta derivada da especificidade do estímulo imposto à estrutura (resposta forçada). No contexto deste trabalho, interessa estudar com mais detalhe a resposta livre da estrutura, já que se procura uma solução que altere as características dinâmicas desta (em particular, o coeficiente de amortecimento c).

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = 0 \quad (2)$$

A solução da Equação (2) terá a seguinte forma:

$$v(t) = Ge^{st} \quad (3)$$

Na equação anterior, G e s correspondem a constantes complexas. Substituindo a expressão dada pela Equação (3) na Equação (2), obtém-se, dividindo toda a expressão resultante por mGe^{st} :

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0 \quad (4)$$

Note-se que, no caso de um sistema não amortecido (onde o coeficiente de amortecimento, c , é nulo) as soluções da Equação (4) são dadas por:

$$s_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

Tendo isto em consideração, a resposta do sistema é então dada pela substituição dos valores obtidos pela Equação (5) na Equação (3), ou seja:

$$v(t) = G_1 e^{i\sqrt{k/m}t} + G_2 e^{-i\sqrt{k/m}t}$$

Desenvolvendo a expressão através da Fórmula de Euler e aplicando condições iniciais ao sistema, a expressão anterior reduz-se a:

$$v(t) = v(0) \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{\dot{v}(0)}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) \quad (6)$$

Tendo em consideração que a soma de duas funções sinusoidais de igual frequência é uma senoide com a mesma frequência das que lhe deram origem, torna-se conveniente definir ω pela Equação (7), que, como se pode deduzir, é a frequência natural do sistema não amortecido.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

Tendo isto em consideração e aplicando a soma das funções sinusoidais, a Equação (6) fica reduzida a:

$$v(t) = \rho \cos(\omega t + \theta) \quad (8)$$

onde:

$$\rho = \sqrt{[v(0)]^2 + \left[\frac{\dot{v}(0)}{\omega}\right]^2} \quad (9)$$

e:

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{-\dot{v}(0)}{\omega v(0)} \right] \quad (10)$$

Já no caso da vibração da estrutura ser amortecida, a Equação (4) tem, como soluções:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega^2} \quad (11)$$

Deduz-se da Equação (11) que a resposta de um sistema amortecido varia com as propriedades da estrutura, apresentado comportamentos distintos consoante o valor do termo do radical seja positivo, negativo ou nulo. No caso de este ser nulo, o sistema diz-se criticamente amortecido e o coeficiente de amortecimento para o qual isto sucede é denominado coeficiente de amortecimento crítico, c_c e é dado por:

$$c_c = 2m\omega \quad (12)$$

Para este valor do coeficiente de amortecimento, as duas soluções da Equação (11) tomam o mesmo valor:

$$s_1 = s_2 = -\omega \quad (13)$$

Usando as condições iniciais para a velocidade e deslocamento do sistema e tendo em conta que as soluções de s são reais, é possível demonstrar que o comportamento do sistema é determinado por:

$$v(t) = [v(0)(1 - \omega t) + \dot{v}(0)t]e^{-\omega t} \quad (14)$$

Como se percebe através da equação anterior, o comportamento da estrutura, para este valor do coeficiente de amortecimento, não tem qualquer componente oscilatória, tendendo somente para a posição de equilíbrio de forma assintótica. Este é, aliás, o valor mínimo do coeficiente de amortecimento para o qual isto acontece, já que, para este ser o caso, as raízes da Equação (11) devem ser reais, o que sucede para valores do coeficiente de amortecimento superiores ao valor crítico. Para este último caso, o amortecimento é referido como sendo sobre-amortecido e as soluções da Equação (4) são dadas diretamente pela Equação (11), que pode ser expressa da seguinte forma:

$$s_{1,2} = -\xi\omega \pm \hat{\omega} \quad (15)$$

onde ξ é um fator denominado por razão de amortecimento, dado pela razão entre o coeficiente de amortecimento do sistema e o coeficiente de amortecimento crítico deste:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (16)$$

e $\hat{\omega}$ é um valor definido como:

$$\hat{\omega} = \omega\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (17)$$

Seguindo uma metodologia semelhante à adotada para o amortecimento criticamente amortecido, obtém-se o comportamento para um sistema com estas características como sendo:

$$v(t) = [A \sinh \hat{\omega}t + B \cosh \hat{\omega}t]e^{-\xi\omega t} \quad (18)$$

Na equação anterior, A e B são constantes dependentes das condições iniciais do sistema. Pode prever-se que o comportamento de um sistema com estas características seja semelhante ao comportamento de um sistema criticamente amortecido, com a diferença da tendência assintótica para o equilíbrio ser mais lenta dependendo do valor de amortecimento.

No caso do radical da Equação (11) ser negativo (isto é, da razão de amortecimento ser inferior a 1), o sistema diz-se sub-amortecido e o seu comportamento terá uma componente oscilatória. Neste caso, as soluções da Equação (11) tomam a seguinte forma:

$$s_{1,2} = -\xi\omega \pm i\omega_d \quad (19)$$

Na equação anterior ω_d é a frequência natural do sistema amortecido, dada por:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (20)$$

Tendo em consideração os valores da Equação (19), a Equação (3) toma, para este caso, a seguinte forma:

$$v(t) = \rho \cos(\omega_d t + \theta)e^{-\xi\omega t} \quad (21)$$

onde

$$\rho = \left\{ v(0)^2 + \left(\frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_d v(0)} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (22)$$

e

$$\theta = -\tan^{-1} \left(\frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_d v(0)} \right) \quad (23)$$

são, respetivamente, a amplitude e a fase da resposta.

Sendo que as estruturas têm razões de amortecimento, habitualmente, reduzidas, é fundamentalmente sob este comportamento que este estudo se irá focar.

3.1.1 Modos normais de vibração

Os deslocamentos e a dinâmica destes ao longo de uma dada estrutura podem ser, tipicamente, decompostos em vários movimentos e padrões de deslocamento de natureza periódica que se denominam por modos de vibração (CLOUGH e PENZIEN, 2003). Generalizadamente, o deslocamento v num dado ponto x de uma estrutura e num dado instante t é dado pela sobreposição da influência dos vários modos de vibração dessa mesma estrutura, sendo que cada um destes i modos pode ser descrito por uma função de forma φ_i independente do tempo e por uma coordenada generalizada Z_i independente da posição (CLOUGH e PENZIEN, 2003), de tal forma que:

$$v_i(x, t) = \varphi_i(x)Z_i(t) \quad (24)$$

Estes modos de vibração são descritos como movimentos periódicos harmónicos, ou seja, para uma dada frequência de vibração associada ao modo em questão ω_i , tem-se que:

$$Z_i(t) = Z_{i0} \sin(\omega_i t + \varepsilon) \quad (25)$$

Na equação anterior, ε é a fase associada ao instante inicial de tempo e Z_{i0} a amplitude do modo de vibração. Ao longo desta secção, note-se que será considerado que a função de forma φ_i toma valores entre 0 e 1, inclusive, sendo 0 em pontos estacionários (invariantes no tempo e que se encontram na posição de equilíbrio) e 1 onde a oscilação assuma o seu valor máximo, estando os pesos dos vários modos afetos ao fator Z_{i0} .

Este caso abrange apenas situações não amortecidas e sem solicitações mecânicas variáveis no tempo. Apesar disto, a frequência de vibração associada a um dado modo de vibração, bem como as características dinâmicas da estrutura, podem ser inteiramente descritas utilizando apenas o conhecimento da sua função de forma φ_i , sendo possível demonstrar as seguintes relações:

$$k_i^* = \int_0^L EI(x)[\varphi_i''(x)]^2 dx \quad (26)$$

$$m_i^* = \int_0^L m(x)[\varphi_i(x)]^2 dx \quad (27)$$

Estas relações são válidas para estruturas unidimensionais de comprimento L sujeitas a esforços de flexão, sendo k_i^* e m_i^* valores designados, respetivamente, por rigidez generalizada e massa generalizada. Estes valores encontram-se relacionados com a frequência de vibração associada ao modo em questão da seguinte forma:

$$\omega_i^2 = \frac{k_i^*}{m_i^*} \quad (28)$$

Assim sendo, conhecendo o perfil de deslocamentos ao longo da estrutura, é possível obter uma estimativa teórica, de forma simples e célere, de qual será a frequência de oscilação que se encontra associada a um dado modo de vibração desta.

No caso da função de forma da estrutura ser desconhecida, a frequência natural de vibração pode ser estimada com base na relação da Equação (29), designada por equação diferencial do movimento, derivada da teoria estrutural para o caso de estruturas uniformes (MEGSON, 2013).

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (29)$$

Num modo natural de vibração, o movimento é harmónico simples, ou seja, obedece ao padrão de movimento representado pelo conjunto entre as Equações (24) e (25). Neste caso, a Equação (29) fica reduzida a:

$$\frac{d^4 \varphi_i(x)}{dx^4} - \frac{\rho A \omega_i^2}{EI} \varphi_i(x) = 0 \quad (30)$$

Esta é uma equação diferencial de quarta ordem cuja solução geral é dada por:

$$\varphi_i(x) = B \sin \lambda_i x + C \cos \lambda_i x + D \sinh \lambda_i x + F \cosh \lambda_i x \quad (31)$$

Na equação anterior, B , C , D e F são constantes que podem ser determinadas através das condições de fronteira associadas a cada caso particular e λ_i é uma constante definida por:

$$\lambda_i^4 = \frac{\rho A \omega_i^2}{EI} \quad (32)$$

Tendo isto em consideração, é possível estimar a forma de vibração dos modos naturais através da Equação (31) em conjunto com as condições de fronteira da estrutura e estimar a sua frequência de vibração através da Equação (32).

3.1.2 Vigas encastradas

No caso de uma viga encastrada, ilustram-se os três primeiros modos de vibração na Figura 3.1.1 (modos de flexão). Estes são ordenados por ordem crescente de frequência, sendo que o primeiro modo de vibração é também, em estruturas não controladas, o que tem maior influência no comportamento dinâmico da viga.

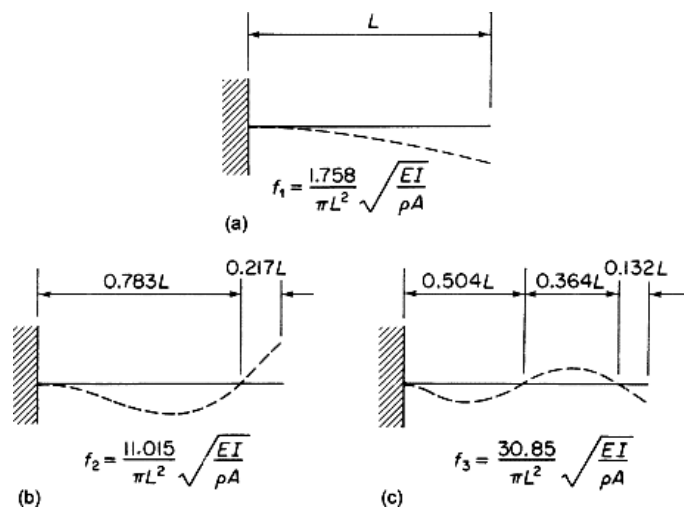


Figura 3.1.1 - Modos de vibração de uma viga encastrada. (a) 1º Modo, (b) 2º Modo e (c) 3º Modo (MEGSON, 2013)

A forma destes modos de vibração e a sua frequência é estimada através das Equações (31) e (32), tendo em conta as condições de fronteira associadas a uma estrutura encastrada (expressas no sistema de equações (33)). Tendo isto em consideração, utilizando a Equação (31), obtém-se o sistema de equações (34).

$$\begin{cases} v_i(0) = \varphi_i(0) = 0 \\ \left. \frac{\partial v_i(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \\ \left. \frac{\partial^2 v_i(x)}{\partial x^2} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial^2 \varphi_i(x)}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \\ \left. \frac{\partial^3 v_i(x)}{\partial x^3} \right|_{x=L} = \left. \frac{\partial^3 \varphi_i(x)}{\partial x^3} \right|_{x=L} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} 0 = C + F \\ 0 = \lambda_i B + \lambda_i D \\ 0 = -\lambda_i^2 B \sin \lambda_i L - \lambda_i^2 C \cos \lambda_i L + \lambda_i^2 D \sinh \lambda_i L + \lambda_i^2 F \cosh \lambda_i L \\ 0 = -\lambda_i^3 B \sin \lambda_i L + \lambda_i^3 C \cos \lambda_i L + \lambda_i^3 D \sinh \lambda_i L + \lambda_i^3 F \cosh \lambda_i L \end{cases} \quad (34)$$

Através do sistema anterior, é possível obter a equação que dita a frequência do sistema como sendo:

$$\cos \lambda_i L \cosh \lambda_i L + 1 = 0 \quad (35)$$

Esta equação pode ser resolvida graficamente ou através de métodos numéricos, sendo as três primeiras soluções dadas por:

$$\lambda_1 L \approx 1,875, \quad \lambda_2 L \approx 4,694, \quad \lambda_3 L \approx 7,855 \quad (36)$$

Tendo em consideração que a frequência f está relacionada com a frequência angular ω através da relação:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (37)$$

obtém-se, conjugando as Equações (36) e (32), as frequências destacadas na Figura 3.1.1, ou seja, para os três primeiros modos de vibração:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1,758}{\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \\ f_2 &= \frac{11,015}{\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \\ f_3 &= \frac{30,850}{\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \end{aligned} \quad (38)$$

Quanto à forma do modo, obtém-se através da resolução do sistema de equações (34) e substituição na Equação (31) que:

$$\varphi_i(x) = K_i [\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x - k_i (\sinh \lambda_i x - \sin \lambda_i x)] \quad (39)$$

Na equação anterior, K_i é uma constante que torna unitário o máximo da função (de acordo com a nomenclatura adotada anteriormente) e k_i é uma outra constante tal que:

$$k_i = \frac{\cos \lambda_i L + \cosh \lambda_i L}{\sin \lambda_i L + \sinh \lambda_i L} \quad (40)$$

A metodologia apresentada oferece uma breve percepção dos conceitos envolvidos na vibração de uma viga encastrada uniforme com o intuito de servir como ferramenta para prever o comportamento dinâmico desta de forma teórica (excluindo a previsão do seu coeficiente de amortecimento, cujo conhecimento requer métodos experimentais ou métodos numéricos baseados em resultados empíricos).

3.2 Controlo Dinâmico

A contextualização da necessidade de mecanismos de controlo foi introduzida no capítulo anterior derivada das necessidades de componentes e processos com melhores características ao nível da precisão. Neste contexto, apresentam-se, nesta secção, os conceitos matemáticos e conceptuais subjacentes aos mecanismos de controlo ativo.

3.2.1 Controlo por *feedback* e controlo por *feedforward*

O termo *feedback*, em sentido lato, é usado para descrever qualquer processo em que é obtida informação acerca dos resultados de uma dada ação e é aplicável a sistemas físicos, químicos, biológicos ou de ciências sociais. No entanto, em certas áreas, tem igualmente um sentido quantificável como método de controlo em aplicações bélicas, automóveis, ou na indústria audiovisual (LURIE e ENRIGHT, 2000).

No que se refere a sistemas controlados, o *feedback* é o processo através do qual é possível controlar um dado objeto (sistema, G) através da transdução de uma grandeza representativa da resposta deste, y , através de um certo sensor, H , e sua respetiva comparação com um valor de referência, r , que se pretende alcançar, sendo que o resultado desta comparação origina um sinal de erro que é interpretado por um controlador que se encontra interligado, de alguma forma, a um atuador que controla efetivamente o sistema no sentido de alcançar o valor de referência através de um sinal de atuação, f (LURIE e ENRIGHT, 2000). Este processo de controlo por *feedback* é designado por controlo em malha fechada e tem uma representação, em diagrama de blocos, ilustrada pela Figura 3.2.1.

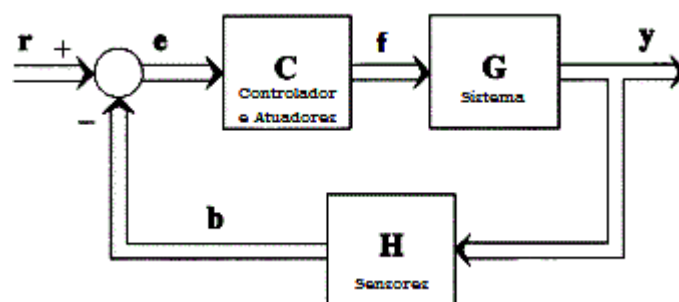


Figura 3.2.1 - Controlo por feedback. Adaptado de (MURRAY-SMITH *et al.*, 2003)

As limitações de um sistema deste género prendem-se, fundamentalmente, com o controlo de mecanismos ou processos dinâmicos (isto é, com características dependentes da dimensão temporal). Neste caso, a estabilidade do sistema é condicionada por efeitos de memória associados aos sensores e ao próprio sistema, isto é, à não instantaneidade e a efeitos transitórios dependentes de instantes temporais anteriores. Também em relação

aos atuadores, a atuação realizada por estes não produz efeitos instantaneamente sendo que, no entanto, este problema pode ser contornado através de maiores ganhos associados à atuação. Contudo, esta alternativa conduz a um tempo de estabelecimento superior, isto é, a um maior período de tempo necessário para que seja atingido o valor de referência, já que a informação proveniente do sensor de que a referência foi atingida é devolvida ao atuador com algum atraso e, subsequentemente, a atuação prolonga-se além do instante de tempo em que deveria cessar. Isto origina posteriormente um erro de sinal contrário, repetindo-se, sucessivamente, este processo, o que cria um padrão oscilatório em torno da referência até que esta seja finalmente atingida (MURRAY-SMITH *et al.*, 2003). Isto torna a realização de um controlador em malha fechada (por *feedback*), um processo de equilíbrio entre a rapidez e eficácia da resposta e os tempos de estabelecimento e *over-shoots* (picos no sentido contrário ao que o controlo está a ser efetuado). Uma outra desvantagem associada a alguns sistemas de controlo por *feedback* é o efeito de *spillover*. Este efeito está associado à necessidade de, no projeto do controlador, se limitar a largura de banda que o controlador abrangerá e de se reduzir o número de graus de liberdade associados à estrutura (flexível e, potencialmente, com um número indeterminado de graus de liberdade). Normalmente, os modos abrangidos pelo controlador são os primeiros modos (de menor frequência e mais dominantes). Contudo, devido ao fraco amortecimento associado à vibração de cada modo em estruturas flexíveis, incorre-se no risco de ao controlar apenas alguns dos modos se estar a destabilizar os modos residuais da estrutura, sendo que é a esta possibilidade que se denomina efeito *spillover* (PREUMONT, 2011). É possível, no entanto, colmatar as falhas que podem incorrer devido a este efeito, eliminando-o ou reduzindo-o através de controladores otimizados, com a inclusão, por exemplo, de filtros adaptativos (PREUMONT, 2011).

Uma alternativa atrativa ao controlo por *feedback*, em certas situações, é o controlo por *feedforward*. Este aplica-se em casos onde é possível obter um modelo preciso dos distúrbios que são aplicados sobre o sistema e, com base nisto, produzir um controlo eficaz do sistema (PREUMONT, 2011). Com o conhecimento do distúrbio a que o sistema está a ser alvo, cria-se uma referência que é aplicada sobre um filtro adaptativo (que opera como controlador), que a utiliza conjuntamente com um sinal de erro do sistema para produzir uma fonte de distúrbio secundária que permita cancelar o efeito da fonte de distúrbio primária (ver Figura 3.2.2).

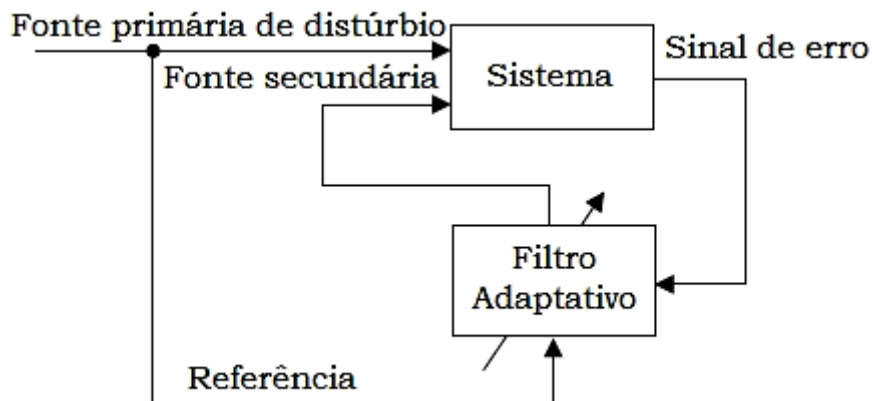


Figura 3.2.2 - *Feedforward* (representação esquemática). Adaptado de (PREUMONT, 2011)

O filtro adaptativo altera o valor dos seus coeficientes de acordo com o comportamento local do sistema nos pontos onde são integrados os sensores que produzem o sinal de erro, para que este seja minimizado. Contudo, esta é uma das principais desvantagens deste género de implementações, já que não existe garantia de que o comportamento do sistema seja globalmente controlado, podendo até dar-se o caso em que o distúrbio seja amplificado noutras zonas do sistema. No entanto, esta questão torna-se menos importante quando se consideram sistemas dominados por um único modo, já que o comportamento local se torna mais representativo do comportamento global do sistema (PREUMONT, 2011).

Pelo facto de gerar uma resposta baseada no distúrbio associado ao sistema, a sua aplicação encontra-se condicionada pela capacidade de conhecimento desses mesmos distúrbios, tornando, no entanto, o controlo menos sensível ao efeito do atraso da fase do sinal, efeito este característico dos vários elementos (sensores, atuadores e controladores) quando comparado ao controlo por *feedback*, (PREUMONT, 2011).

Na Tabela 3.2.1 resumem-se algumas das principais vantagens e desvantagens associadas ao controlo por *feedback* e ao controlo por *feedforward*.

Tabela 3.2.1 - Comparação entre controlo por *feedback* e controlo por *feedforward*. Adaptado de (PREUMONT, 2011)

	Controlo por <i>feedback</i>	Controlo por <i>feedforward</i>
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> • Garante, sob determinadas condições, a estabilidade; • Atenua todos os estímulos dentro da sua largura de banda. 	<ul style="list-style-type: none"> • Maior largura de banda; • Funciona melhor no controlo de estímulos com uma gama limitada de frequências.
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none"> • Largura de banda limitada; • Efeito de <i>spillover</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> • É necessária uma referência; • Método local (pode ocorrer amplificação de vibrações em zonas não abrangidas pelos sensores); • Requer um elevado poder de cálculo computacional em tempo real.

3.2.2 Controladores por *feedback* mais habituais

Os controladores podem ser implementados de forma analógica ou digital, prendendo-se esta escolha, fundamentalmente, com questões de largura de banda, precisão e preço. No que diz respeito à precisão, os sistemas analógicos têm, normalmente, vantagem,

podendo referir-se, a título de exemplo, que a precisão associada aos valores de um amplificador operacional é equivalente a 23 bits (LURIE e ENRIGHT, 2000). Em sistemas digitais a precisão está limitada pela precisão do conversor de sinal analógico para sinal digital (normalmente de 12 a 23 bits), sendo ainda bastante limitada pela frequência de amostragem e pela largura de banda, sendo que para elevadas larguras de banda e frequências de amostragem o atraso associado aos recursos computacionais torna-se excessivo e devem ser consideradas soluções analógicas equivalentes (LURIE e ENRIGHT, 2000). No entanto, os controladores digitais são normalmente mais flexíveis, podendo adaptar-se facilmente a diferentes montagens o que, em certas aplicações, constitui uma mais-valia face a sistemas analógicos. Contudo, é normalmente possível idealizar qualquer um dos dois tipos de sistemas para uma dada situação, recaindo a escolha sobre o controlador que, dados os recursos disponíveis, implique menores custos na sua implementação (LURIE e ENRIGHT, 2000).

Independentemente de se tratar de controladores digitais ou analógicos, existem alguns tipos de controladores habituais que são utilizados no controlo ativo de estruturas. De entre estes, pode ser mencionado, por exemplo, o controlador por *feedback* direto da velocidade (**DVF** ou **DVFB** - *Direct Velocity Feedback*) que realiza a transdução da velocidade da estrutura e atua diretamente com o sinal resultante desta operação, afetado de um dado ganho, através de atuadores de força (BALAS, 2012, PREUMONT, 2011). Existem, no entanto, vários tipos de controlador distintos cujo objetivo é afetar a razão de amortecimento de um ou mais modos de vibração, variando a largura de banda de aplicação do controlador, a estabilidade fora dessa largura de banda, o tipo de combinação de grandezas utilizadas na transdução e na atuação e, por fim, a eficácia no aumento dos valores de amortecimento (PREUMONT, 2011). O tipo de grandeza associada à transdução e associada à atuação (e a combinação destas) é um dos parâmetros que permite distinguir entre os vários tipos de controlador. No entanto, alguns controladores são intrinsecamente idênticos entre si, podendo ser vista a sua diferença apenas como uma conversão entre estes tipos de grandezas, o que é possível, muitas vezes, através de operações como a integração ou derivação do sinal (PREUMONT, 2011). Note-se ainda que, dada a natureza harmónica das vibrações estruturais, integrar um sinal ou derivá-lo pode ser visto como algo semelhante, com a simples diferença da oposição de fase (diferença de 180° na fase) entre o sinal derivado e o sinal integrado (o que é válido não para todos os casos, mas torna-se válido no caso em que o corpo se encontra a oscilar livremente em torno da sua posição de equilíbrio).

Muitos dos métodos encontrados não exigem modelos detalhados dos vários componentes ou dos fatores externos para o seu correto funcionamento, garantindo a estabilidade mesmo que não garantam um desempenho ótimo (PREUMONT, 2011). Atualmente, encontram-se desenvolvidos métodos alternativos, como o QFT (*Quantitative Feedback Theory*), que entra em linha de conta com os ruídos associados aos sensores e com não-linearidades dos sensores e, em conjunto com métodos de pré-filtragem e de compensação, tem como objetivo otimizar o desempenho do controlador (LURIE e ENRIGHT, 2000). Nesta perspetiva, podem ser mencionadas também as metodologias LQR (*Linear Quadratic Regulator*) e LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) que utilizam funções de objetivo para criar um algoritmo de otimização que permite ajustar o ganho a utilizar para um desempenho ótimo (LURIE e ENRIGHT, 2000).

Apesar da diversidade de metodologias é, no contexto deste trabalho, importante reter que o objetivo habitual destas metodologias é o de manipular o sinal dos sensores de tal forma que, amplificando-o, derivando-o ou integrando-o, se obtenha um sinal que, quando aplicado ao atuador (com as diferentes naturezas associadas às grandezas destes e dos sensores) tenha características na sua fase e amplitude que permitam cancelar (figurativamente) a tendência da vibração da estrutura.

De seguida aborda-se o controlo *bang-bang* que se resume a uma metodologia de controlo que pode ser aplicada sobre os controladores mencionados que tem evidenciado resultados promissores no controlo dinâmico ativo de estruturas.

3.2.3 Controlo *bang-bang*

O controlo do tipo *bang-bang* consiste na utilização de controladores que prevejam a saturação dos atuadores, o que resulta numa atuação entre os valores extremos do intervalo de possibilidades de um dado amplificador/atuator. Ao realizar esta previsão do comportamento de saturação, os controladores que implementam esta metodologia de controlo comportam maiores ganhos e, por norma, conseguem obter melhores resultados que os controladores por *feedback* mais comuns (LIBRESCU e NA, 2005, WU e SOONG, 1996).

Na realidade, o facto de se prever que a energia que um dado atuador consegue suportar é limitada (ou seja, prever-se o facto destes não conseguirem reproduzir amplitudes relativamente elevadas sem distorção) não só melhora a performance do controlador como também diminui o risco de uma falha catastrófica devido a esta razão (LURIE e ENRIGHT, 2000). A curva que descreve o atuador em funcionamento de saturação é a que pode ser vista na Figura 3.2.3 a tracejado (ou seja, o atuador comporta-se normalmente fora da zona de saturação e satura de forma imediata no seu valor limite). No entanto, o caso real é ilustrado pela linha a cheio nessa mesma figura, que representa um comportamento "suave" na passagem à saturação. Este comportamento real tem, no entanto, tendência a aproximar-se do comportamento ideal quando, para um mesmo sistema, são utilizados ganhos superiores.

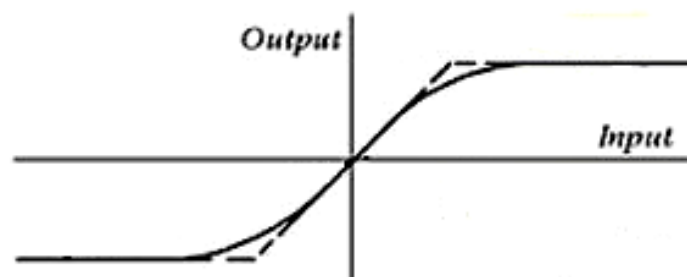


Figura 3.2.3 - Saturação de um sinal. Adaptado de (LURIE e ENRIGHT, 2000)

Os resultados obtidos utilizando ganhos elevados com salvaguarda da saturação, mantendo assim os atuadores a funcionar entre os extremos de saturação dos amplificadores utilizados, são, habitualmente, tremendamente benéficos na resposta do sistema, com resultados a suplantarem até os resultados obtidos para controladores por *feedback* otimizados. No caso de estruturas leves, Tzou e Chai (TZOU e CHAI, 2007) obtiveram melhorias na razão de amortecimento na ordem dos 15,6% para uma viga encastrada com

atuação por materiais eletrostritivos e transdução por materiais piezoelétricos. Também na área do controlo de vibrações em edifícios foram implementados os princípios do controlo *bang-bang*, de forma modificada com o intuito de salvaguardar o menor tempo de resposta associado aos atuadores hidráulicos (não permite transições imediatas associadas ao controlo *bang-bang* teórico), tendo sido obtidas, por Wu e Soong (WU e SOONG, 1996), reduções no deslocamento relativo e na aceleração absoluta de, respetivamente, 29,6% e 31,1% para um controlador do tipo LQR e de 54,3% e 50,8% para o controlo *bang-bang* modificado, comprovando assim a eficácia desta metodologia de controlo.

3.2.4 Indícios de aplicabilidade de controlo através de pulsos

Para uma melhor perceção da eficácia dos controladores quando são utilizados sinais de saturação, tenha-se em consideração a Figura 3.2.4, onde se encontra, no gráfico da esquerda, o sinal utilizado para controlar a estrutura e, no gráfico da direita, o sinal de deslocamento da estrutura (SILVA, 2003). Estes resultados referem-se a estudos numéricos (simulações) realizadas no contexto de um problema estrutural.

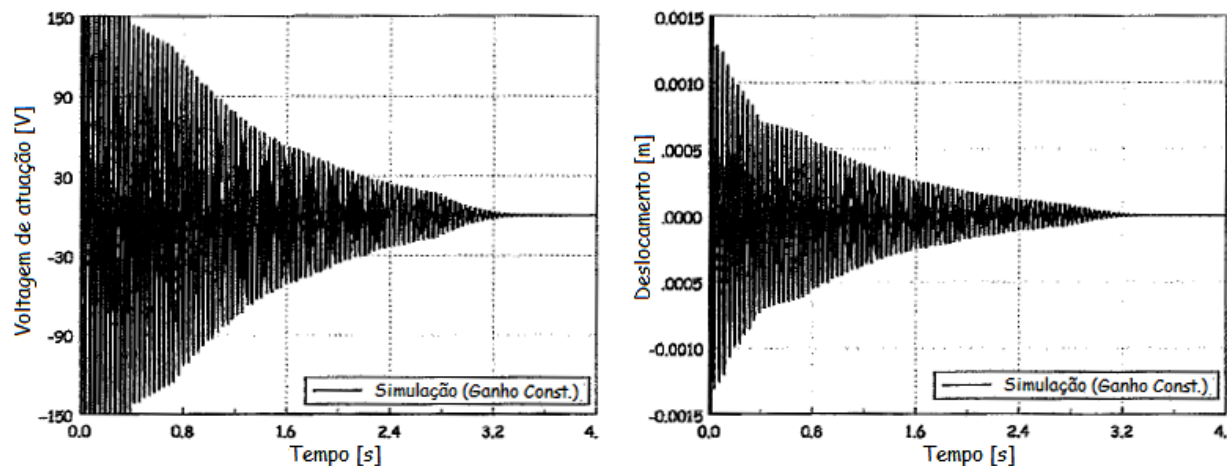


Figura 3.2.4 - Efeito da saturação no amortecimento da estrutura. Adaptado de (SILVA, 2003)

Como se pode verificar, quando o sinal aplicado se encontra na zona de saturação (durante, aproximadamente, os primeiros 0,4 segundos da simulação), o decaimento dos valores de deslocamento dá-se de forma notoriamente mais acentuada do que sucede no período seguinte.

Constatando este facto, verifica-se a aplicabilidade e eficácia do controlo *bang-bang* e construiu-se a hipótese de base associada ao presente estudo, isto é: dada a eficácia dos controladores do tipo *bang-bang*, é evidenciada uma propensão a que sejam utilizados controladores que funcionam em regimes de onda quadrada (isto é, entre valores extremos e não com um regime sinusoidal mais habitual). Dito isto, ao invés de aplicar um sinal de controlo durante todo o regime de vibração (entre os extremos de aplicação), o âmbito deste trabalho é o de estudar o efeito de uma atuação pulsada, em que um sinal saturado é aplicado apenas durante um período limitado de tempo, com o intuito de criar uma melhoria no desempenho estrutural com o recurso a uma menor quantidade de energia para, eventualmente, permitir no futuro criar sistemas de controlo ativo energeticamente autónomos (ou, pelo menos, mais autónomos).

3.3 Processamento de Sinal

Entende-se por processamento de sinal todo o processo de aquisição e tratamento de um dado sinal representativo de uma grandeza que se pretenda analisar. Para a realização de um controlador eficaz, este aspeto torna-se preponderante, já que uma representação inadequada do sinal a controlar implicaria que o controlo estivesse a afetar uma grandeza que na realidade não se encontraria corretamente representada na sua entrada.

Neste contexto, interessa estudar com mais detalhe o papel dos sensores e dos atuadores e da filtragem e amostragem de sinais, já que é destes dependente a qualidade do sinal e, conseqüentemente, do controlo estrutural.

3.3.1 Sensores e atuadores

A correta escolha de sensores¹ e atuadores para uma dada aplicação estrutural é uma etapa essencial para realizar um controlo eficaz. Estes devem ser escolhidos de acordo com as necessidades próprias de cada aplicação sendo que, em certos casos, os materiais inteligentes constituem uma boa opção para a realização destas funções. As características destes já foram estudadas no capítulo anterior e, como tal, coloca-se agora especial enfoque noutras tecnologias de transdução e de atuação.

No que diz respeito a sensores, encontram-se diferentes opções que podem ser exploradas, a saber:

- Fibra ótica;
 - O princípio de base associado aos sensores de deslocamento de fibra ótica (como os aparelhos da Figura 3.3.1) é a utilização de um feixe de luz para, através da sua reflexão, obter a distância de um dado obstáculo à sua propagação (HUI e O'SULLIVAN, 2009). Estes aparelhos são bastante utilizados em estudos dinâmicos. No entanto, requerem, habitualmente, condições bastante controladas de iluminação, dada a natureza do feixe luminoso.



Figura 3.3.1 - Fibra ótica (Althen Sensors, 2013)

¹ Ao longo deste trabalho, o termo "sensor" é usado indiscriminadamente para serem referidos sensores ou transdutores, representando, na maioria dos casos, transdutores.

- Extensómetros em ponte de Wheatstone;
 - A ponte de Wheatstone (Figura 3.3.2) é uma montagem elétrica que permite obter a deformação de um dado componente tendo por base a relação existente entre a resistividade de uma resistência, como por exemplo um extensómetro, e o seu comprimento. Sabendo isto, é possível utilizar este conceito em vários aparelhos de medida de deslocamento, de força ou de pressão (WILKINSON e OUTRAM, 2009).

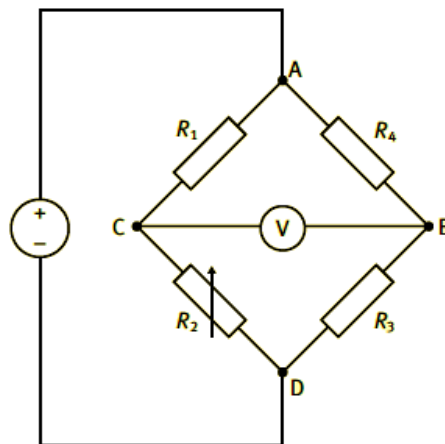


Figura 3.3.2 - Ponte de Wheatstone - representação esquemática (WILKINSON e OUTRAM, 2009)

- Acelerómetro;
 - O acelerómetro (Figura 3.3.3) é um sensor utilizado para quantificar acelerações. Para isto, o dispositivo contém, normalmente, uma massa de prova conhecida sobre a qual se aplica, de alguma forma, uma força tal que essa massa se encontre sempre na sua posição de equilíbrio. Como tanto a força como a massa são conhecidas, é possível, através da Segunda Lei de Newton, obter a aceleração a que o dispositivo está sujeito externamente (KRAFT *et al.*, 1998, LURIE e ENRIGHT, 2000). Estes dispositivos são bastante adequados a aplicações estruturais devido a possuírem excelente linearidade, reduzida sensibilidade térmica e sinais de saída de elevada amplitude, sendo ainda apropriados a aplicações em malha fechada (KRAFT *et al.*, 1998).

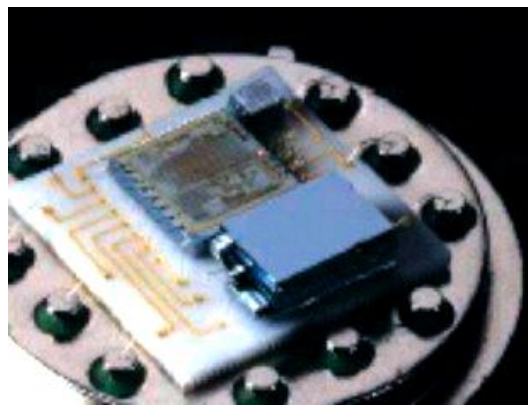


Figura 3.3.3 - Acelerómetro para aplicações aeroespaciais (COLIBRYS, 2013)

- Sensor laser de triangulação;
 - Este género de sensor (Figura 3.3.4) é, no seu princípio de funcionamento, semelhante aos sensores de fibra ótica, utilizando também a luz como o recurso para determinar a posição de um dado obstáculo. O sensor faz incidir um feixe de luz laser numa superfície suficientemente baça (isto é, uma superfície que reflete a luz uniformemente) e, através da luz refletida e utilizando o princípio de triangulação, é calculada a distância do obstáculo ao sensor. Este sensor tem como principal vantagem face, por exemplo, à fibra ótica, o facto da luz laser ser menos afetável pelas condições externas de iluminação (já que é monocromática e concentrada), permitindo obter melhores repetibilidades e precisões (DSE, 2013).



Figura 3.3.4 - Sensor laser (DSE, 2013)

Todos estes sensores têm aplicações ao nível estrutural, variando a sua escolha com a ponderação entre o seu custo e as limitações e os requisitos de cada projeto. A título de exemplo, se as condições de iluminação forem muito variáveis, a utilização de fibra ótica como elemento sensor seria inadequada; no entanto, em outras condições pode ser o elemento ideal para uma dada aplicação em concreto.

Em suma, a escolha do sensor está condicionada por fatores de performance e por fatores externos/ambientais e deve ser devidamente ponderada quando o objetivo é a sua utilização para efeitos de controlo ativo de estruturas, pois uma escolha inadequada destes sensores pode conduzir a falhas na eficácia do sistema de controlo ou, em último caso, à instabilidade deste (o que pode suceder no caso de um sistema com controlo de cariz exclusivamente ativo).

Quanto aos atuadores, estes devem respeitar as condições de equivalência relativamente ao sinal proveniente dos sensores (como já foi referido) sendo que, em aplicações de controlo dinâmico, os atuadores mais habituais são os materiais inteligentes, já abordados, variando a sua escolha, tal como sucedia com os sensores, com as especificidades, necessidades e restrições da aplicação a que se destinam.

3.3.2 Amostragem e filtragem

Outro aspeto importante no processamento de um sinal é a sua amostragem. Segundo o teorema de Nyquist-Shannon, para um sinal com frequências limitadas, a frequência de amostragem mínima que permite a reconstrução do sinal é equivalente ao dobro da frequência máxima da frequência desse sinal, sendo que o sinal é completamente reconstruído com esta frequência de amostragem (NYQUIST, 1928, SHANNON, 1949). Este fator condiciona a transdução do sinal, tornando a frequência de amostragem mínima o dobro não só da frequência natural máxima que se pretende amostrar (por exemplo, a equivalente ao primeiro ou segundo modos de vibração), como também da frequência máxima que se pretenda filtrar. Tipicamente, para controladores por *feedback*, a frequência de amostragem é 10 vezes superior à largura de banda que se pretende controlar ou até 50 vezes superior em casos em que se deseje maior precisão (LURIE e ENRIGHT, 2000).

A filtragem é o processo que permite extrair um dado sinal de interesse através da manipulação do sinal recebido pelo transdutor através de um ou mais filtros, filtros estes que podem ser conseguidos por via analógica (por exemplo através de circuitos eletrónicos) ou digital (por exemplo através de microcontroladores).

A necessidade de filtragem surge de questões associadas com os próprios sensores utilizados ou questões ambientais ou associadas à própria estrutura, sistema ou montagem. Por exemplo, entre as questões associadas aos sensores utilizados tanto podem ser problemas associados ao ruído destes, como também se pode querer limitar o sinal a uma certa largura de banda menor do que a largura de banda do(s) sensor(es). Por outro lado, podem existir questões de filtragem associadas a questões ambientais que podem levantar necessidades de filtragem de baixas frequências (em aplicações estruturais, tipicamente devidas à plataforma ou mesa) ou de outras frequências que podem estar associadas a vibrações de máquinas (oriundas, por exemplo, dos seus motores) e propagação destas. Podem existir ainda outras fontes de ruído como seja a iluminação, ruídos acústicos ou efeitos eletromagnéticos, que podem ser relevantes ou não consoante o tipo de sensores utilizados.

No que diz respeito aos filtros digitais, a sua obtenção e representação genérica é realizada através de uma soma ponderada das várias amostras recebidas e/ou também dos sucessivos sinais enviados, como ilustrado na seguinte equação:

$$O[n] = a_1 O[n-1] + \dots + a_N O[n-N] + b_0 I[n] + \dots + b_M I[n-M] \quad (41)$$

onde O representa a saída a enviar, I as amostras recebidas, n a amostra atual e a_i e b_i são coeficientes associados às diversas amostras de saída e de entrada, respetivamente. A obtenção destes é habitualmente conseguida através da conjugação de uma expressão representativa do filtro com o método de Euler (FRANKLIN *et al.*, 1997), representado pela seguinte expressão:

$$\dot{Y}[n] = \frac{Y[n+1] - Y[n]}{\Delta T} \quad (42)$$

onde Y representa uma função conhecida que se pretenda representar, ΔT o intervalo de tempo de amostragem e n é a amostra atual. Dado que não é habitualmente possível conhecer a amostra seguinte, $[n+1]$, é conveniente realizar a derivada anterior, ao invés da posterior, ou seja:

$$\dot{Y}[n] = \frac{Y[n] - Y[n-1]}{\Delta T} \quad (43)$$

Para uma melhor ilustração da implementação de filtros digitais, tome-se o caso da passagem de um filtro analógico para a sua representação como filtro digital. Um exemplo de um filtro analógico é um circuito do tipo RC, que pode ser realizado para alcançar um filtro passa-baixo ou passa-alto (isto é, um filtro que permite transcrever apenas frequências baixas ou altas, respetivamente), como ilustrado na Figura 3.3.5.

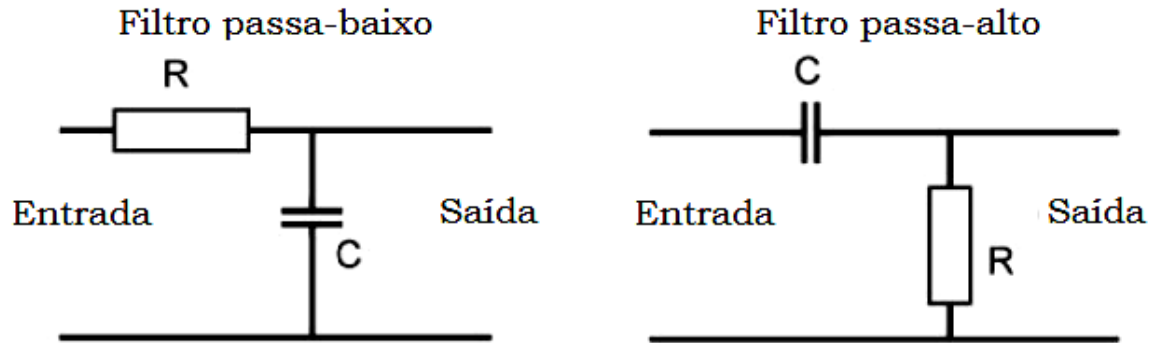


Figura 3.3.5 - Filtros RC. Adaptado de (WINDER, 2002)

Estes circuitos têm uma frequência de corte de:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (44)$$

Este circuito pode ser transformado num filtro digital se tivermos em conta a equação que governa o seu funcionamento, dada pela Lei de Kirchhoff (BOYLESTAD, 1997) como sendo, para o caso do filtro RC passa-baixo:

$$V_s(t) + RC\dot{V}_s(t) = V_e(t) \quad (45)$$

Na equação anterior, V_s é a tensão à saída do condensador e V_e é a tensão à entrada.

Para encontrar o filtro digital equivalente, representa-se o instante t genérico da Equação (45) como sendo o instante da amostragem atual e aplica-se o princípio ilustrado pela Equação (43), obtendo-se:

$$V_s[n] + RC \frac{V_s[n] - V_s[n-1]}{\Delta T} = V_e[n] \quad (46)$$

Desenvolvendo a equação anterior, e tendo em conta que a saída, O , é a tensão à saída do condensador, V_s , e a entrada, I , é a tensão à entrada, V_e , obtém-se:

$$O[n] = \frac{\Delta T}{\Delta T + RC} I[n] + \frac{RC}{\Delta T + RC} O[n-1] \quad (47)$$

Por conveniência de representação, a expressão é ainda equivalente a:

$$O[n] = \frac{2\pi f_c \Delta T}{2\pi f_c \Delta T + 1} I[n] + \frac{1}{2\pi f_c \Delta T + 1} O[n-1] \quad (48)$$

Através desta equação é então possível idealizar e implementar um filtro passa-baixo digital, segundo o formato apresentado anteriormente na Equação (41). Esta metodologia pode ser utilizada para encontrar diferentes tipos de filtros que condicionem o sinal de tal

forma a que se possa obter um sinal final que possa ser utilizado para cumprir os fins que o processamento tinha por objetivo alcançar.

3.3.3 Envelope de uma onda

O envelope, $A(t)$, de uma onda (Figura 3.3.6) é uma função que permite descrever o comportamento da amplitude da onda no tempo. Este conceito é fundamental em telecomunicações na desmodulação de ondas AM e tem bastante aplicabilidade ao nível da acústica e também da análise de vibrações.

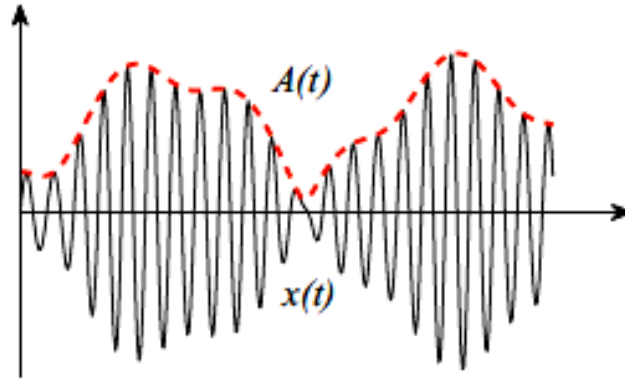


Figura 3.3.6 - Envelope, $A(t)$, de uma onda, $x(t)$. Adaptado de (FELDMAN, 2011)

No caso estrutural, em que a dinâmica é descrita por modos de vibração, este conceito pode ser aplicado generalizando a Equação (25) da seguinte forma:

$$Z_i(t) = A(t) \sin(\omega_i t + \varepsilon) \quad (49)$$

Por comparação com a Equação (21), obtém-se a equação do envelope para uma oscilação deste género como sendo

$$A(t) = \rho e^{-\delta t} \quad (50)$$

onde

$$\delta = \xi \omega \quad (51)$$

é o decaimento exponencial do sistema em vibração. Desenvolvendo a expressão em conjunto com a Equação (20), obtém-se uma aproximação para a razão de amortecimento da estrutura em função do decaimento exponencial e da frequência natural amortecida desta:

$$\begin{aligned} \delta &= \xi \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \xi^2}} \\ \xi &= \frac{\delta}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta^2}} \end{aligned} \quad (52)$$

Estes dois parâmetros podem ser estimados através da representação gráfica do deslocamento associado ao modo de vibração² e, desta forma, é possível estimar a razão de amortecimento de forma experimental através do cálculo do envelope da onda.

Para determinar o envelope de uma onda, os métodos mais habituais são realizar a transformada de Hilbert³ e filtros capacitivos do tipo apresentado na Figura 3.3.5, que eliminam a componente oscilatória de uma dada frequência, deixando apenas o sinal de amplitude (quando este tem uma frequência diferente da frequência da onda). No entanto, dado o formato do envelope correspondente à vibração livre de uma viga encastrada, propõe-se, de seguida, uma metodologia mais expedita e intuitiva para a sua determinação.

Consideremos a onda correspondente à vibração de uma viga encastrada (movimento oscilatório que é, tipicamente, sub-amortecido) e o seu envelope (Figura 3.3.7).

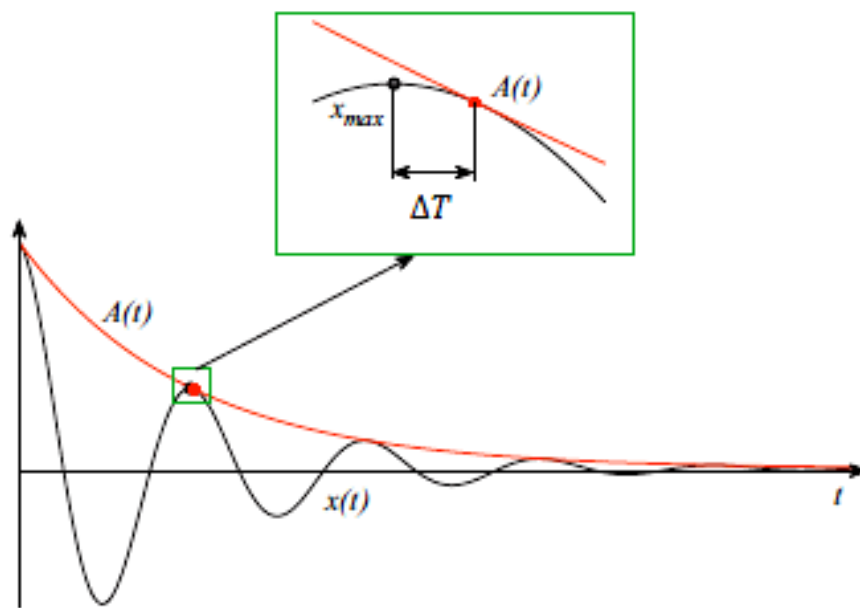


Figura 3.3.7 - Envelope de uma oscilação sub-amortecida. Adaptado de (FELDMAN, 2011)

Tendo em conta os sucessivos máximos ou mínimos locais, uma aproximação inicial será encontrar os parâmetros ρ e δ da Equação (50) que ajustem a curva descrita por esta equação a esses pontos. Após esta fase, tendo uma estimativa inicial de qual o decaimento δ da vibração, é possível ajustar os pontos utilizados dos máximos para os pontos nos quais o envelope realmente intersecta, que não são exatamente os sucessivos máximos, mas sim pontos que distam ΔT destes (ver Figura 3.3.7). Estes novos pontos serão, logicamente, os pontos nos quais a função deslocamento x e a função de envelope A se intersectam, ou seja, pontos num instante t_A tal que:

$$x(t_A) = A(t_A) \quad (53)$$

Tendo em conta que o envelope é dado pela Equação (50) e que a função deslocamento é dada por

² A frequência natural amortecida pode ser estimada através de dois zeros consecutivos ou, em alternativa, através da FFT (*Fast Fourier Transform*) da vibração.

³ Para mais detalhe, consultar FELDMAN - Hilbert transform in vibration analysis

$$x(t) = A(t) \cos(\omega_d t + \theta) \quad (54)$$

obtém-se:

$$1 = \cos(\omega_d t_A + \theta) \quad (55)$$

Ou seja, a função de envelope intersecta a função de deslocamento nos pontos onde a componente sinusoidal é máxima. Sem perda de generalidade, considere-se $\theta = 0$. Isto implica que a primeira solução da Equação (55) seja

$$t_A = 0 \quad (56)$$

e, consequentemente:

$$\left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=-\Delta T} = 0 \quad (57)$$

Desta última equação, e atendendo às equações (50) e (54), obtém-se:

$$-\rho \delta e^{-\delta \Delta T} \cos(-\omega_d \Delta T) - \rho \omega_d e^{-\delta \Delta T} \sin(-\omega_d \Delta T) = 0 \quad (58)$$

Desenvolvendo, conclui-se que:

$$\Delta T = \frac{\tan^{-1} \frac{\delta}{\omega_d}}{\omega_d} \quad (59)$$

O raciocínio tido em conta está apenas condicionado pela razão de amortecimento do sistema, que deve ser inferior a 1 para que o sistema seja sub-amortecido e o envelope do gráfico do deslocamento seja passível de ser representado pela Equação (50).

Tendo este resultado em consideração, o processo para determinar a razão de amortecimento de uma viga encastrada pode resumir-se nas seguintes etapas:

1. Traçar o gráfico de deslocamento experimental;
2. Determinar os sucessivos máximos locais (através dos critérios de primeira derivada nula e de segunda derivada negativa);
3. Ajustar os pontos máximos para obter uma estimativa do envelope e, desta forma, estimar o decaimento exponencial δ ;
4. Redefinir os pontos a ajustar pela Equação (59);
5. Ajustar os pontos determinados no passo anterior a uma curva exponencial de forma a estimar o envelope e o decaimento exponencial δ ;
6. Repetir os passos 4 e 5 até que o valor obtido para o decaimento exponencial convirja;
7. Determinar a razão de amortecimento através da Equação (52).

3.3.4 Análise energética

Uma outra medida importante para a análise de resultados no trabalho a realizar é a energia associada ao sinal de atuação.

A energia efetiva, E_e , associada a um sinal arbitrário, x , obedece à razão de proporcionalidade apresentada na Equação (60).

$$E_e \propto \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (60)$$

A razão de proporcionalidade entre a energia e o valor do integral do sinal é dada pelo inverso da carga aplicada do sistema. No caso de sistemas elétricos, por exemplo, esta

carga é representada pela impedância do sistema. Para efeitos de simplificação da análise, para os caso a estudar, e dado que a carga será idêntica e que a energia é proporcional ao inverso desta carga, torna-se conveniente representar a energia do sinal, E_s , de forma simplificada por:

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (61)$$

Para efeitos comparativos, este valor de energia é equivalente ao apresentado anteriormente e, portanto, é adequado ao objetivo do trabalho.

Para análise de resultados, é possível limitar o intervalo de tempo utilizado entre 0 (início da vibração) e um valor objetivado de forma a obter uma certa redução no nível de vibração da estrutura. Assim, e estabelecendo como objetivo o tempo necessário até que se atinga uma redução de 50% do nível de vibração, vem que:

$$E_s|_{50\%} = \int_0^{t_o} |x(t)|^2 dt \quad (62)$$

onde:

$$t_o = -\frac{\ln 0,5}{\xi \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (63)$$

Como medida de eficiência energética, utiliza-se o valor da Equação (62) e efetua-se a sua divisão pela melhoria relativa na razão de amortecimento do sistema, isto é, cria-se um parâmetro de análise, ϵ , representado por:

$$\epsilon = \frac{\mu}{E_s|_{50\%}} \quad (64)$$

onde:

$$\mu = \frac{\xi_{ensaio} - \xi_{referência}}{\xi_{referência}} \quad (65)$$

Quanto à avaliação do valor resultante da Equação (62), esta é realizada, no caso da atuação ser pulsada, tomando, numa primeira fase, o número de ciclos, n , de oscilação necessários até que se atinga o instante t_o , dado por:

$$n = \left\lceil \frac{t_o \omega_d}{2\pi} \right\rceil \quad (66)$$

Tendo os pulsos amplitude, A , e largura, L , constantes, a Equação (62) surge como:

$$E_s|_{50\%} = nA^2L \quad (67)$$

Já no caso de um controlo por feedback, assumindo que não ocorre saturação, a forma do sinal de atuação é idêntica à do sinal da vibração, à parte de uma constante de amplificação, K . Logo, a Equação (62) será dada, neste caso, por:

$$\begin{aligned} E_s|_{50\%} &= \int_0^{t_o} |\rho K e^{-\delta t} \cos \omega_d t|^2 dt \\ E_s|_{50\%} &= \int_0^{t_o} (\rho K)^2 e^{-2\delta t} \cos^2 \omega_d t dt \end{aligned} \quad (68)$$

Desenvolvendo a equação anterior, obtém-se:

$$E_s|_{50\%} = \frac{(\rho K)^2}{4} \left[\frac{1}{\delta} (1 - e^{-2\delta t_o}) + \delta \frac{1 - e^{-2\delta t_o} \left(\cos 2\omega_d t_o - \frac{\omega_d}{\delta} \sin 2\omega_d t_o \right)}{\omega_d^2 + \delta^2} \right] \quad (69)$$

Obtidos os valores das Equações na Equação (64) é então possível determinar e comparar as eficiências energéticas associadas aos vários controladores utilizados no contexto deste trabalho.

Capítulo 4

Formulação Matemática

Neste capítulo é formulada uma hipótese que procura fundamentar e contextualizar o trabalho realizado, com o objetivo de reduzir o número de parâmetros a analisar e a amplitude dos intervalos de valores dos parâmetros que devem ser estudados.

4.1 Introdução

De seguida, será apresentada uma formulação que procura fundamentar a viabilidade da atuação através de pulsos temporizados no controlo ativo de estruturas leves. Esta formulação deve ser vista como uma justificação para a metodologia a ser aplicada neste estudo, mantendo presente, no entanto, que não constitui uma prova formal do conceito que se pretende estudar ao longo deste trabalho.

O objeto de estudo deste é a concretização experimental da atuação pulsada no controlo de uma viga encastrada e a confirmação, ou não, da sua viabilidade.

4.2 Séries Trigonométricas de Fourier

Considere-se um sinal periódico, Y , de periodicidade T . Este sinal pode ser descrito como um somatório de funções sinusoidais com frequências múltiplas da frequência deste, como ilustrado pela Equação (70).

$$Y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi}{T}nt\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi}{T}nt\right) \right] \quad (70)$$

Na equação anterior, a_0 , a_n e b_n são valores constantes encontrados através das seguintes expressões:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) dt \quad (71)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T Y(t) \cos\left(\frac{2\pi}{T}nt\right) dt \quad (72)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T Y(t) \sin\left(\frac{2\pi}{T}nt\right) dt \quad (73)$$

Consideremos agora um sinal pulsado, P , de periodicidade T , com uma amplitude de pulso A , instante inicial de aplicação no período t_0 e largura de pulso ΔT (como ilustrado na Figura 4.2.1).

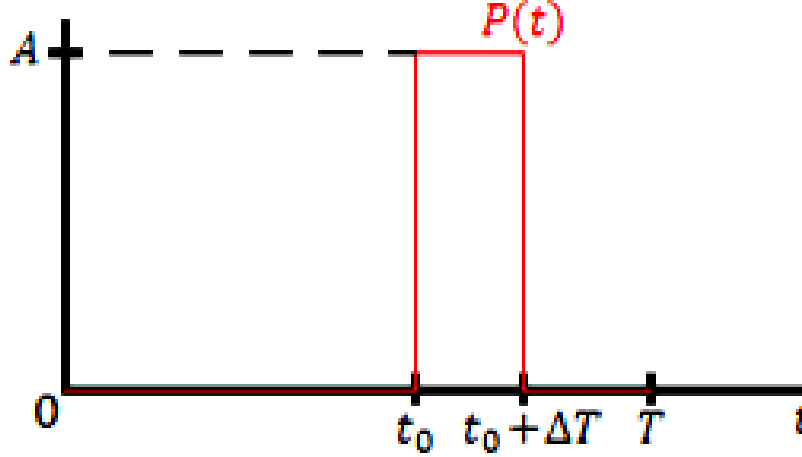


Figura 4.2.1 - Formato do pulso periódico

Para este sinal, obtém-se, através da Equação (71), que

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta T} A dt$$

$$a_0 = A \frac{\Delta T}{T} \quad (74)$$

e, da Equação (72), que:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta T} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) dt$$

$$a_n = \frac{2A}{T} \frac{T}{2\pi n} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) \right]_{t=t_0}^{t=t_0 + \Delta T}$$

$$a_n = \frac{A}{\pi n} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T} nt_0 + \frac{2\pi}{T} n\Delta T\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T} nt_0\right) \right] \quad (75)$$

De forma idêntica, obtém-se, desenvolvendo a Equação (73), que:

$$b_n = -\frac{A}{\pi n} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T} nt_0 + \frac{2\pi}{T} n\Delta T\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt_0\right) \right] \quad (76)$$

Substituindo as equações (74), (75) e (76) na Equação (70), conclui-se que:

$$P(t) = A \frac{\Delta T}{T} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A}{\pi n} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{T} nt_0 + \frac{2\pi}{T} n\Delta T\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt_0 + \frac{2\pi}{T} n\Delta T\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{T} nt_0\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{T} nt_0\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T} nt\right) \right] \quad (77)$$

Tendo em conta as expressões para o seno de uma soma⁴, a equação anterior pode ser simplificada em:

⁴ $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$

$$P(t) = A \frac{\Delta T}{T} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A}{\pi n} \left[\sin \left(\frac{2\pi}{T} n(t - t_0) \right) - \sin \left(\frac{2\pi}{T} n(t - t_0 - \Delta T) \right) \right] \quad (78)$$

Realizando uma mudança de variável do tipo

$$t^* = t - t_0 \quad (79)$$

e aplicando a expressão para a soma de senos com a mesma frequência⁵, a Equação (78), torna-se então:

$$P(t) = A \frac{\Delta T}{T} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A}{\pi n} \sqrt{2 - 2 \cos \left(\frac{2\pi}{T} n \Delta T \right)} \sin \left(\frac{2\pi}{T} n t^* + \varphi \right) \quad (80)$$

onde:

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \left(\frac{2\pi}{T} n \Delta T \right)}{\cos \left(\frac{2\pi}{T} n \Delta T \right) - 1} \right] \quad (81)$$

Isto faz com que um sinal pulsado periódico possa ser visto como uma soma de funções sinusoidais simples de diferentes frequências e fases.

4.3 Conclusões

A principal ilação que o resultado da Equação (80) permite retirar, é de que, sendo o pulso periódico P um estímulo a um problema estrutural, este tem o potencial de afetar frequências distintas, sendo que o peso pelo qual estas serão afetadas será ditado, efetivamente, pela largura ΔT do pulso (como se conclui pelo termo associado à amplitude da onda sinusoidal), sendo o valor máximo deste estímulo, para cada frequência angular $\frac{2\pi}{T} n$, encontrado para larguras de pulso dadas por:

$$\begin{aligned} \cos \left(\frac{2\pi}{T} n \Delta T \right) &= -1 \\ \Delta T &= \frac{T}{2n} + \frac{Tk}{n}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (82)$$

Os valores máximos de amplitude (encontrados para estes valores da largura do pulso) são dados, para cada frequência, por $2A/\pi n$.

É possível então traçar o gráfico da dependência das amplitudes de cada senoide em função da largura do pulso, ilustrado na Figura 4.3.1 para as primeiras 5 frequências múltiplas da frequência dos pulsos.

⁵ $A \sin(\omega t + \alpha) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha} \sin \left[\omega t + \tan^{-1} \left(\frac{A \sin \alpha}{A \cos \alpha + B} \right) \right]$

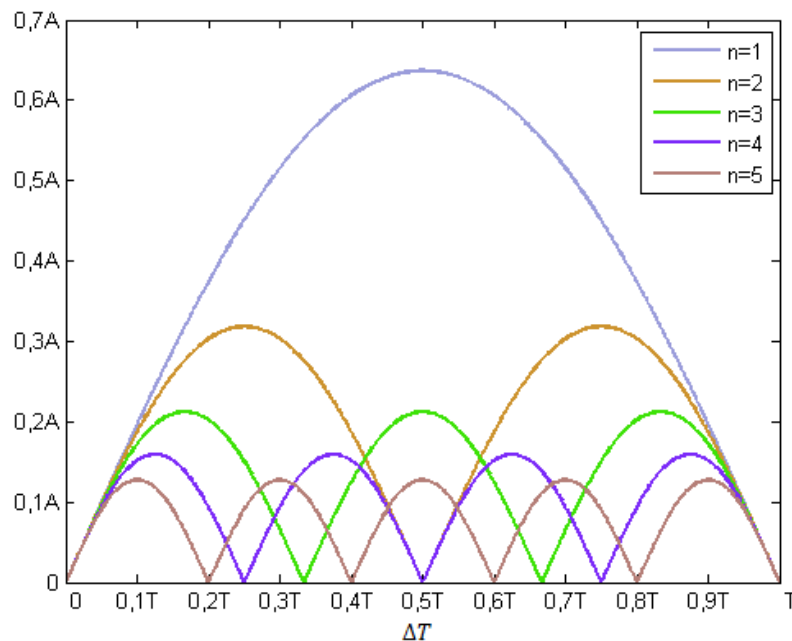


Figura 4.3.1 - Influência da largura de pulso na resposta de cada frequência

Através do gráfico da figura anterior e do estudo realizado previamente, é possível concluir que, do ponto de vista da atuação e não da sua conjugação com a dinâmica da própria estrutura:

- O atraso do pulso não influencia as amplitudes das frequências estimuladas por este, como se pode notar pela Equação (80). No entanto, como também já foi visto, o facto de alterar a posição da fase faz com que, quando se conjugar a atuação com a dinâmica do sistema, o parâmetro do atraso do pulso se torne relevante;
- A melhor configuração para afetar um dado modo de vibração da estrutura deverá surgir, utilizando uma atuação através de um pulso por período, para pulsos com um período idêntico ao período de vibração do modo em questão e com uma largura de pulso equivalente a metade desse período;
- O comportamento criado pelo pulso é simétrico face a uma largura de pulso igual a metade do período da atuação;
- Para razões entre largura de pulso e período reduzidas, todas as frequências múltiplas da frequência do pulso são estimuladas de forma semelhante;
 - Na prática, isto poderá refletir-se na eliminação ou redução de efeitos de *spillover* quando realizada a atuação pulsada com pulsos de largura reduzida.
- Uma variação na amplitude do pulso origina variações por razões semelhantes à razão associada a esta variação nas várias frequências, como percecionado através da Equação (80);
- O modo mais estimulado, para qualquer largura de pulso, será sempre o modo com frequência idêntica à frequência do pulso.

Através destas conclusões, limitaram-se ainda os parâmetros de estudo do trabalho realizado da seguinte forma:

- a amplitude dos pulsos foi fixada;

- o período dos pulsos será o período do primeiro modo de vibração
- a largura do pulso será estudada apenas até valores máximos equivalentes à metade do período de vibração;
- os atrasos dos pulsos serão estudados para toda a gama de valores do período de vibração.

Capítulo 5

Implementação

Neste capítulo é explicada a montagem experimental realizada, bem como os métodos e meios aplicados para realizar o estudo pretendido de forma a garantir precisão, repetibilidade e fiabilidade adequadas à análise exigida para um correto estudo paramétrico da atuação pulsada no controlo dinâmico de estruturas.

5.1 Lista de Materiais

Para implementação e estudo do controlo dinâmico ativo através de atuação pulsada, foram utilizados os seguintes materiais:

- Viga em alumínio de perfil retangular
- Cola epóxida;
- 12 porcas de pressão M8;
- 2 cristais piezoelétricos PXE-5;
- Sensor laser ODS 95 (ODS Grey Line);
- Solenoide;
- Perfis de alumínio;
- Elementos de fixação mecânica diversos (porcas, anilhas e parafusos);
- Fonte de tensão PS613;
- Amplificador de elevada tensão;
- Placa de aquisição Roga plug.n.DAQ;
- Microcontrolador dsPIC33FJ128GP802;
- Microcontrolador PIC16F628A;
- Amplificador operacional MCP609;
- Ecrã LCD de segmentos;
- Transformador ASTEC DA2-3101EU para alimentação da placa;
- Regulador de tensão positiva L7805CV;
- Regulador de tensão LM117;
- 3 cristais de 20MHz;
- 1 condensador de tântalo de 10 μ F;
- Condensadores cerâmicos de 1 μ F;
- Resistências variadas;
- 1 led vermelho;

- 4 botões de pressão;
- 1 interruptor;
- Bornes;
- Fios de cobre.

5.2 Montagem Experimental

A montagem experimental consiste numa viga de alumínio encastrada entre uma placa de aço e uma estrutura de alumínio, que é controlada com recurso a dois cristais piezoelétricos colocados perto da zona do encastramento por colagem com cola epóxida. Estes encontram-se na mesma localização só que em faces opostas da viga (servindo um de sensor e o outro de atuador). Por questões de garantia de manutenção das mesmas condições no encastramento, a placa de aço exerce pressão sobre a viga na direção do perfil estrutural de alumínio com recurso a 4 parafusos M8 (do lado da estrutura), apertados por 4 porcas de pressão para eliminar, tanto quanto possível, problemas de variação no aperto do encastramento. Esta parte primária da montagem é apresentada na Figura 5.2.1.

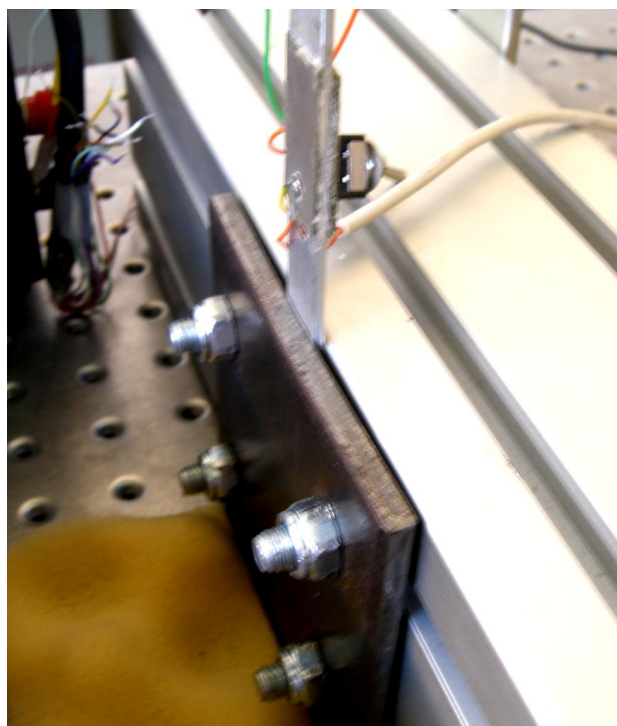


Figura 5.2.1 - Encastramento da viga e cristais piezoelétricos

A montagem encontra-se dividida em duas partes distintas. Uma associada à extração de dados para análise de resultados e a outra associada ao que é, efetivamente, o controlo. Para obter dados adequados para uma análise precisa de resultados, utilizou-se um sensor laser *ODS 95* para medir o deslocamento da viga, sendo o movimento desta sempre idêntico entre cada ensaio, algo que é garantido pelas condições iniciais do seu movimento. Estas condições iniciais são obtidas pela imposição de um deslocamento na extremidade livre da viga que é realizado através de um batente por solenoide que garante a libertação rápida e eficaz (ao nível da repetibilidade) da viga. O funcionamento deste mecanis-

mo está representado na Figura 5.2.2. Em suma, a viga é puxada até uma posição fixa garantida pelo solenoide e seguidamente é travada por este, sendo que quando se permite o recuo do solenoide, a viga começa o seu movimento oscilatório em torno da sua posição de equilíbrio.

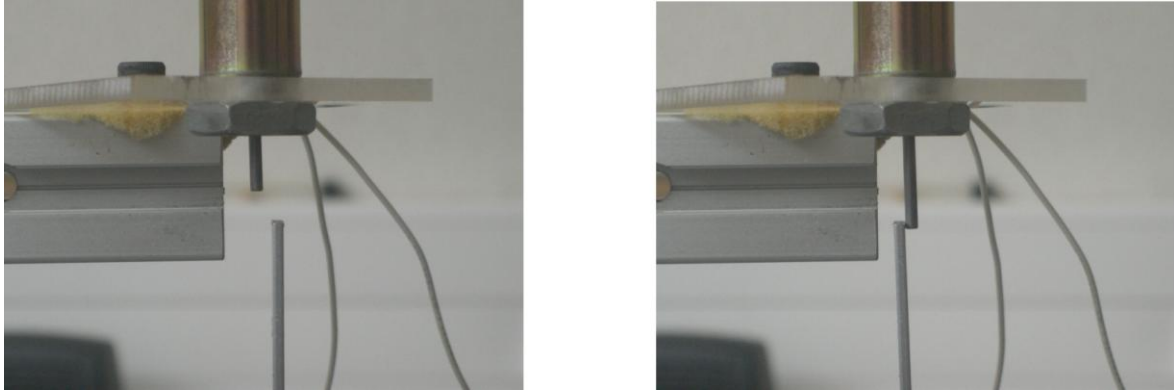


Figura 5.2.2 - Batente por solenoide. À esquerda, solenoide não atuado e viga em posição de repouso e à direita, solenoide atuado e viga em posição de libertação.

Quanto ao sensor laser, este incide sobre a superfície da viga sobre uma película de fita adesiva pintada com tinta acrílica (para garantir que a superfície é tão uniforme e baça quanto possível), como ilustrado na Figura 5.2.3.

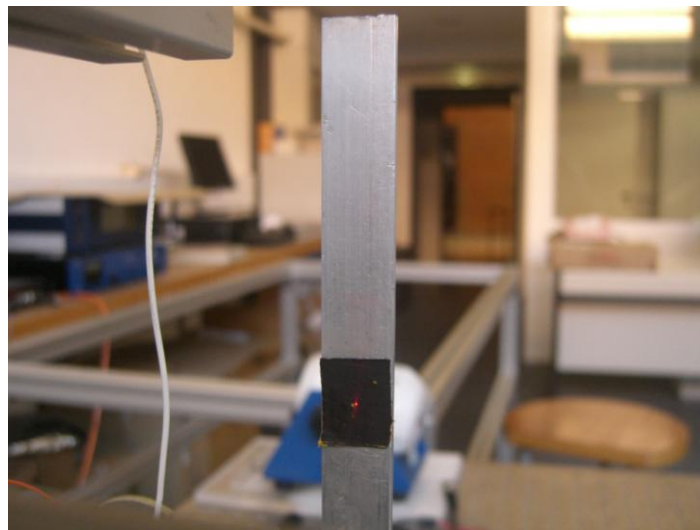


Figura 5.2.3 - Feixe laser a incidir sobre uma película de fita adesiva pintada com tinta acrílica

Tanto o sensor laser como o solenoide, encontram-se apoiados no mesmo perfil estrutural de alumínio e, dadas as suas características de alimentação, são ambos alimentados pela mesma fonte de alimentação com, aproximadamente, 24V. Na Figura 5.2.4 pode ser vista a montagem destes componentes no perfil e a fonte de alimentação utilizada.

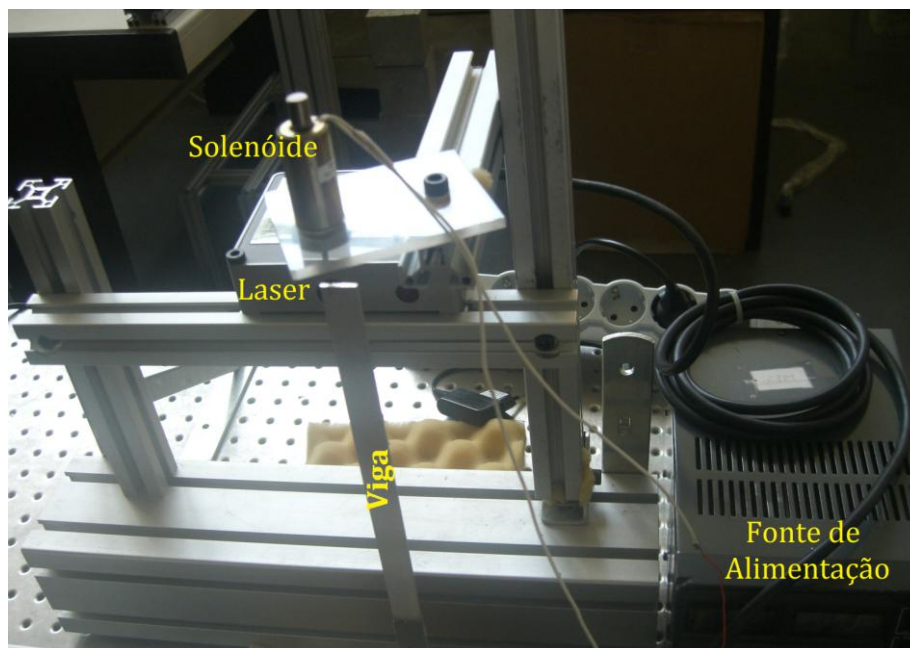


Figura 5.2.4 - Montagem do solenoide e do sensor laser

A outra parte da montagem realizada é a que está associada ao controlo. Nesta, em termos estruturais tem-se apenas a viga montada, isoladamente, num perfil estrutural, como já visto anteriormente. Esta encontra-se associada a material eletrónico que permite realizar o controlo. Este material consiste simplesmente numa placa de prototipagem (placa branca) com os diversos componentes que permitem realizar o controlo e num amplificador de tensão, encontrando-se um dos cristais piezoelétricos ligados à placa branca para efeitos de transdução e o outro ao amplificador (que se encontra ligado também ele à placa branca) para efeitos de atuação. Esta secção da montagem pode ser vista na Figura 5.2.5.

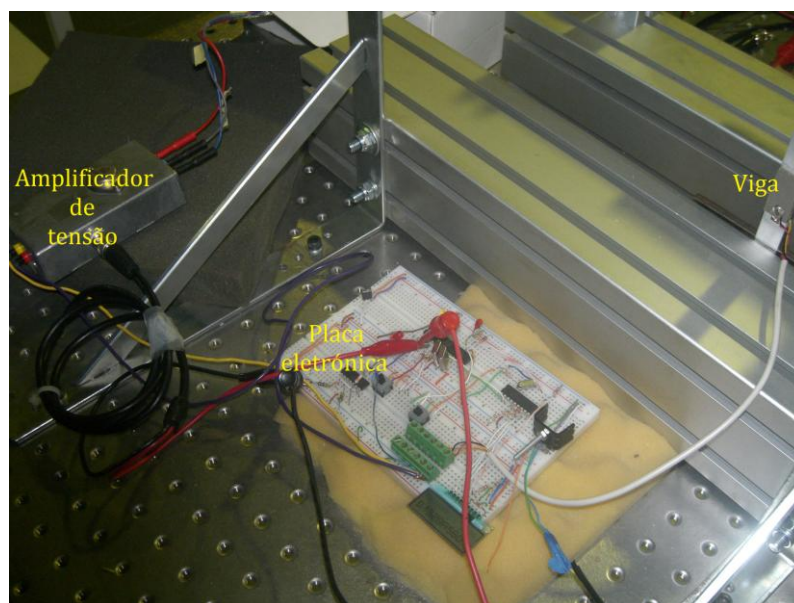


Figura 5.2.5 - Componente eletrónica da montagem

Os perfis que comportam a viga e o sensor laser e o solenoide encontram-se apoiados sobre uma mesa de montagem através de uma ligação aparafusada com perfis de aço zincado em "L", reforçados na sua diagonal. Do lado da mesa, a montagem é realizada com 2 parafusos M6 e anilhas por cada perfil "L" e 2 parafusos sextavados M8 com porca de pressão e anilhas do lado do perfil estrutural de alumínio. Foi ainda colocado um material esponjoso sob os perfis de modo a permitir uma maior estabilidade e isolamento. Esta montagem é ilustrada na Figura 5.2.6 para um dos perfis estruturais.

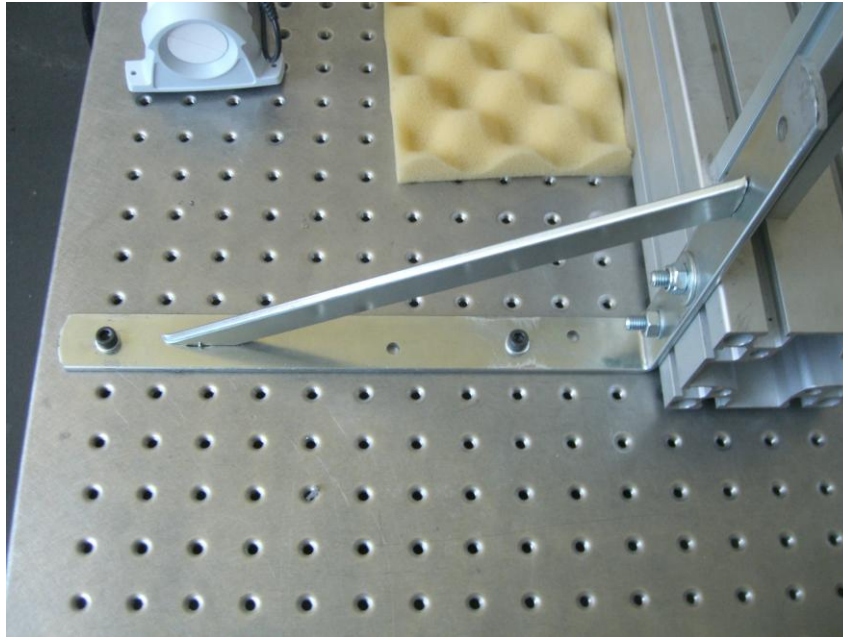


Figura 5.2.6 - Montagem dos perfis estruturais sobre a mesa ótica

A montagem experimental completa é ilustrada, com maior clareza, na Figura 5.2.7.

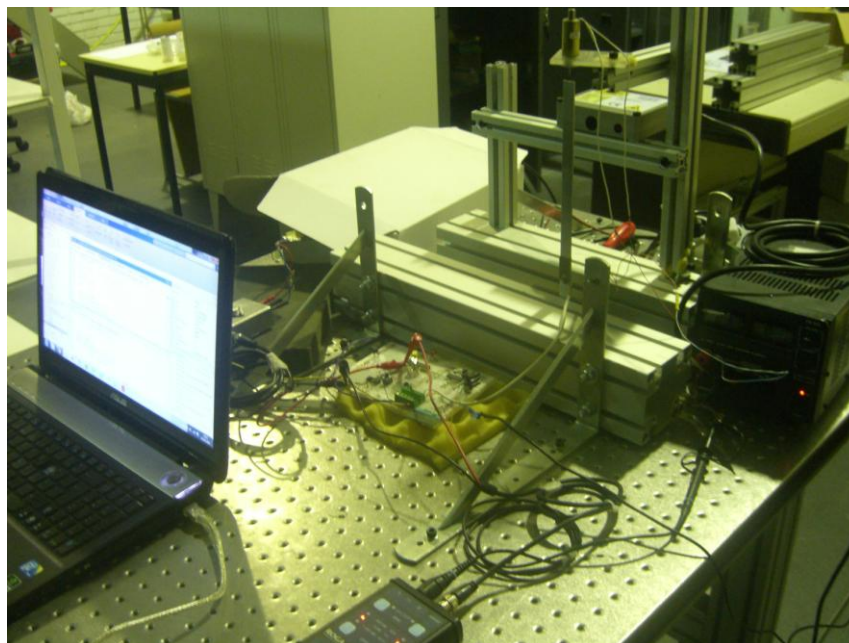


Figura 5.2.7 - Montagem experimental (vista global)

5.3 Descrição dos Componentes Estruturais

Para melhor perceber alguns dos conceitos que serão abordados, é importante descrever as características físicas da viga e dos cristais piezoelétricos utilizados.

Começando pela viga, esta é de alumínio, sendo que as suas principais dimensões se encontram ilustradas na Figura 5.3.1.

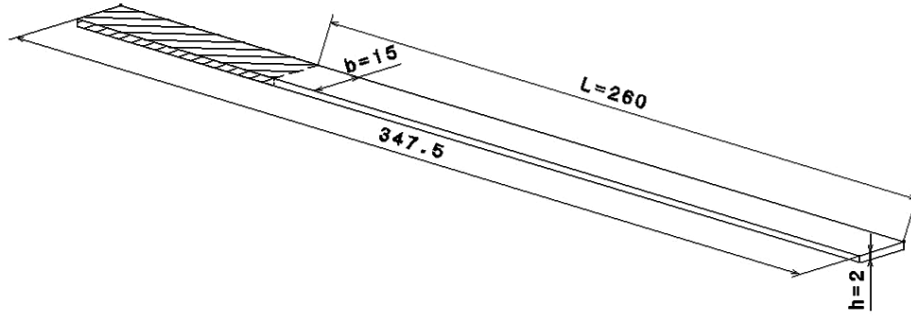


Figura 5.3.1 - Dimensões da viga estudada

A massa da viga foi medida antes da colagem dos cristais piezoelétricos, tendo sido obtido o valor de 29,76 gramas. Logo, a massa volúmica da viga, ρ , é de:

$$\rho = \frac{0,02976}{0,3475 \times 0,015 \times 0,002} = 2,86 \times 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]} \quad (83)$$

Por outro lado, o seu momento de inércia, I , é dado por:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 10,0 \times 10^{-12} \text{ [m}^4\text{]} \quad (84)$$

Sabendo que o módulo de elasticidade, E , típico de um alumínio é de 69GPa (TOOLBOX, 2013), obtém-se como estimativa para a primeira frequência de vibração, através da Equação (38), o seguinte valor:

$$f_1 = \frac{1,758}{\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \approx 23,5 \text{ [Hz]} \quad (85)$$

Esta frequência é afetada pelos cristais piezoelétricos acrescentados à viga perto da zona de encastramento. Estes cristais são do tipo PXE-5, cujas características eletromecânicas podem ser consultadas em anexo (Anexo VII). Ambos os cristais têm a mesma largura da viga (15 milímetros), e têm o mesmo comprimento (30 milímetros). Quanto às suas espessuras, um dos cristais utilizados tem 1 milímetro de espessura e o outro 0,5 milímetros. A sua montagem é realizada com a aplicação de elétrodos condutores nas suas faces e posterior colagem na viga utilizando cola epóxida. Após a colagem, deixou-se a cola secar durante 2 dias, com aplicação contínua de pressão através de molas, antes da realização de qualquer ensaio com a viga, de forma a garantir uma colagem adequada.

5.4 Amostragem e Filtragem

Existem duas fontes de dados (sensores) utilizados: os materiais piezoelétricos na viga e o sensor laser. Os primeiros são utilizados para amostragem no controlador e o sensor laser para amostragem para análise de resultados.

Tendo isto em consideração, será dividida a análise da amostragem e filtragem de sinal em duas secções, referentes à amostragem e filtragem de dados no controlador e do sinal adquirido pelo sensor laser para análise de resultados.

5.4.1 Amostragem e filtragem no controlador

O sinal utilizado para transdução do movimento da viga foi obtido através do cristal piezoelétrico menos espesso, já que, para a atuação é vantajoso utilizar o cristal mais espesso, baseado no estudo de Sung Jin Kim e James D. Jones (KIM e JONES, 1995), que revela que a espessura do cristal mais adequada para os fins mencionados ronda metade da espessura da viga (o que é o caso para o cristal piezoelétrico com maior espessura). O sinal de transdução é passado pelo amplificador operacional *MCP609* para criar um offset correspondente a aproximadamente metade da tensão máxima de leitura para amostragem (que é de 3,3V). Após este passo, o novo sinal é amostrado por uma das entradas analógicas do microcontrolador⁶. Este módulo, designado por ADC (Analog to Digital Converter), processa o sinal de entrada e converte o seu valor num número inteiro entre 0 e 4095 para 0V e 3,3V, respetivamente (ou seja, faz a representação do sinal analógico por valores discretos com recurso a 12 bits).

Estando a amostragem do sinal realizada, são filtradas as elevadas frequências com recurso a um filtro passa-baixo com implementação digital, utilizando como fundamento a Equação (48). A necessidade de um filtro passa-baixo prende-se com a presença de ruído de alta-frequência no sinal proveniente do transdutor. O filtro realizado é representado pela Equação (86), tendo sido dimensionado de forma a preservar o sinal pretendido (com uma frequência de aproximadamente 30Hz) eliminando, contudo, o máximo de ruído possível.

$$O[n] = 0,01 \times I[n] + 0,99 \times O[n - 1] \quad (86)$$

Este filtro foi integrado num módulo de conversão DAC (Digital to Analog Converter), para ser possível monitorizar o estado do sinal filtrado no caso de serem verificadas irregularidades na atuação. As características e configurações utilizadas no microcontrolador, bem como o código implementado, encontram-se em anexo (Anexo I, Anexo II e Anexo VIII).

5.4.2 Amostragem e filtragem para análise de resultados

No que diz respeito à amostragem e tratamento de sinal para realizar a análise de resultados, o procedimento foi semelhante, embora utilizando ferramentas distintas. O sinal adquirido é referente ao deslocamento da viga e é dado pelo sensor laser, sendo a aquisição e amostragem realizada com recurso a uma placa de aquisição *Roga Instruments*

⁶ *dsPIC33FJ128GP802*

plug.n.DAQ (Figura 5.4.1). Esta é constituída por dois canais de entrada e dois canais de saída (formato *stereo*), e é interligada por USB com um computador como controlador de som, tendo frequências de amostragem típicas desse tipo de dispositivo, ou seja, 32kHz, 44,1kHz e 48kHz, bem como as larguras de banda, que são de 10Hz a 22kHz para os canais de entrada e 1Hz a 22kHz para os canais de saída.



Figura 5.4.1 - Placa de aquisição utilizada

Neste caso em particular e dada a qualidade do sinal do sensor laser, os filtros a aplicar destinam-se, principalmente, a isolar o modo de vibração pretendido (no caso, o primeiro). Mantendo isto em consideração, e dado que a implementação não se destina a aplicações de controlo, os filtros utilizados foram dimensionados apenas pelo seu comportamento em amplitude, já que o desfaseamento, para efeitos de análise de resultados, não é, neste caso, relevante. Desta forma, realizou-se a aquisição de sinal utilizando o *software Simulink*, com o diagrama apresentado na Figura 5.4.2. É realizado um *downsampling* (isto é, redução do número de amostras) já que a frequência de amostragem utilizada para a placa de aquisição foi de 44,1kHz, que, neste caso, não é necessária e, para o dimensionamento e implementação dos filtros, iria sobrecarregar o poder de cálculo exigido sem necessidade para tal. O fator usado para o *downsample* foi de 5, o que corresponde a uma frequência efetiva de amostragem de 8820Hz.

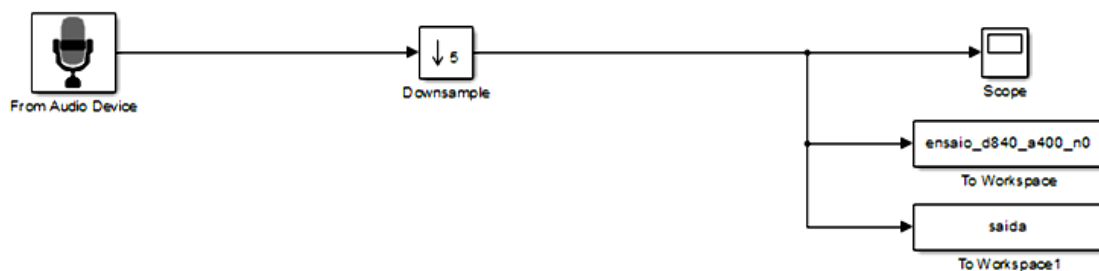


Figura 5.4.2 - Aquisição do sinal do sensor laser (*Simulink*)

Utilizando a aplicação *Filter Builder* do *software Matlab R2012b*, foram dimensionados dois filtros de forma a isolar a frequência desejada: um passa-baixo e um passa-alto. A resposta em amplitude destes pode ser vista na Figura 5.4.3.

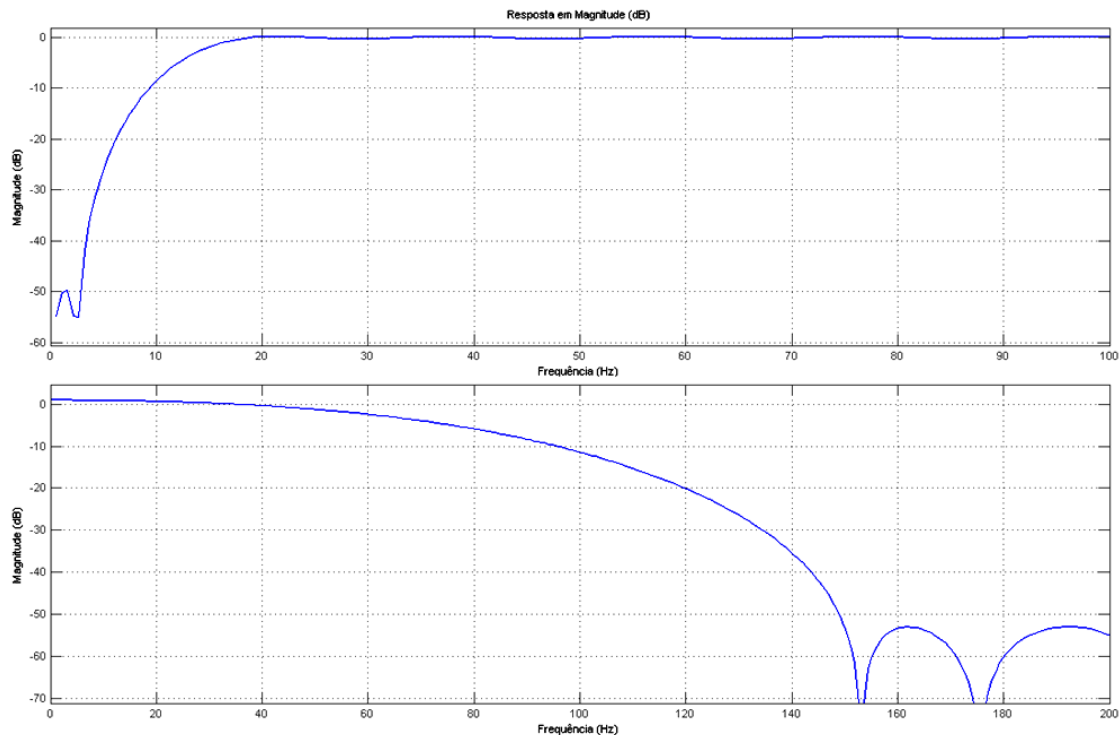


Figura 5.4.3 - Comportamento dos filtros utilizados. Em cima, filtro passa-alto, em baixo, filtro passa-baixo

5.5 Atuação Pulsada

Após a obtenção do sinal pelo microcontrolador e a sua respetiva amostragem e filtragem, existem condições para realizar o controlo por pulsos temporizados que se pretende estudar. Com o objetivo de compreender a viabilidade desta metodologia de atuação, aplicam-se pulsos com a mesma frequência da frequência do primeiro modo de vibração e de amplitude constante A , com variação de dois parâmetros dos quais se pretende estudar a influência: a largura do pulso, L , e o seu atraso face à vibração da viga, d . Por facilidade de implementação, o atraso face à vibração é expresso em milissegundos em relação ao ponto de equilíbrio na passagem de valores positivos para negativos face ao sinal proveniente do transdutor piezoelétrico. Na Figura 5.5.1 encontra-se a visualização gráfica desta formulação.

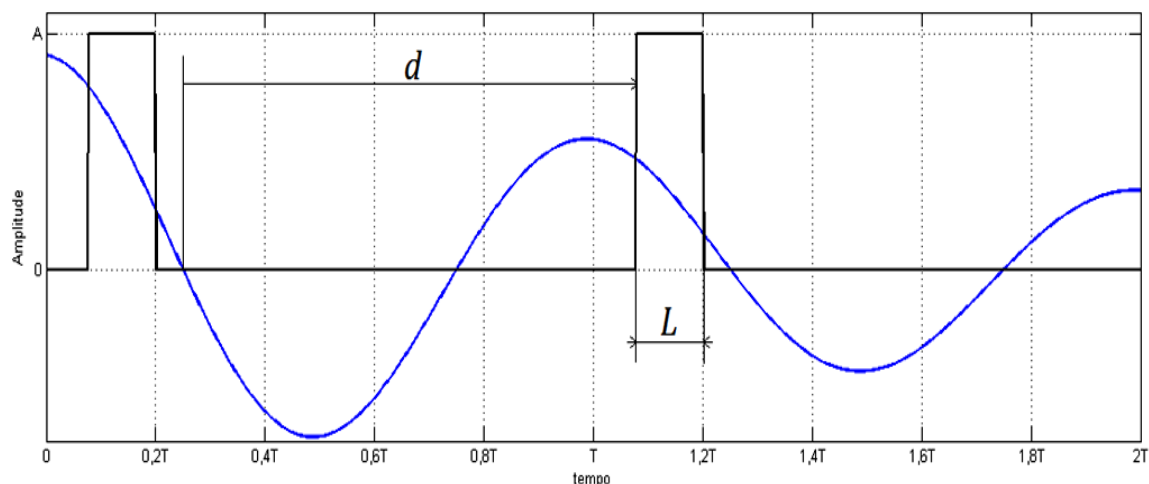


Figura 5.5.1 - Atuação pulsada estudada

Esta abordagem é de implementação simples, exigindo apenas o reconhecimento da passagem pela posição de equilíbrio, ponto no qual se aciona um temporizador de atraso e, de seguida, se aciona um outro temporizador para limitar a largura do pulso. Convém apenas notar que, em termos de implementação e dependendo do atraso no pulso, convém detetar a transição de sinal positivo para negativo ou o inverso (transição negativo para positivo), por duas razões fundamentais: evitar atrasos muito extensos e evitar que a gama de largura do pulso abranja o ponto que se quer detetar (já que, quando se ativam os temporizadores, desativa-se a aquisição de sinal). No entanto, o significado do valor apresentado para o atraso, referenciará sempre o atraso relativamente à transição de valores positivos para valores negativos do sinal do transdutor. Para futura referência, note-se que este sinal se encontra em oposição de fase relativamente ao sinal do atuador (onde o pulso é aplicado)⁷.

Na implementação do sistema, tomaram-se alguns cuidados, como a colocação de um botão de calibração para ajustar o valor usado como referência, isto é, o valor que a entrada analógica assume quando a viga se encontra na posição de equilíbrio. Para melhor percepção, adicionou-se ainda um microcontrolador adicional (*PIC16F628A*) cuja função é a de controlar um mostrador *LCD* onde são apresentados os valores configurados para o atraso dos pulsos e para a largura do pulso, com fim meramente informativo (Figura 5.5.2).

Resta ainda referir que a saída do microcontrolador utilizado para realizar a atuação pulsada é de 3,3V e a amplificação ajustada no amplificador é de 20. Logo, a tensão aplicada nos cristais piezoelétricos é de aproximadamente 65V, valor este que deve ser retido para a análise da eficiência energética do controlo.

⁷ Ver posição do atuador na Figura 5.2.1 (no lado direito da viga, segundo o referencial da imagem) e do transdutor face a este.

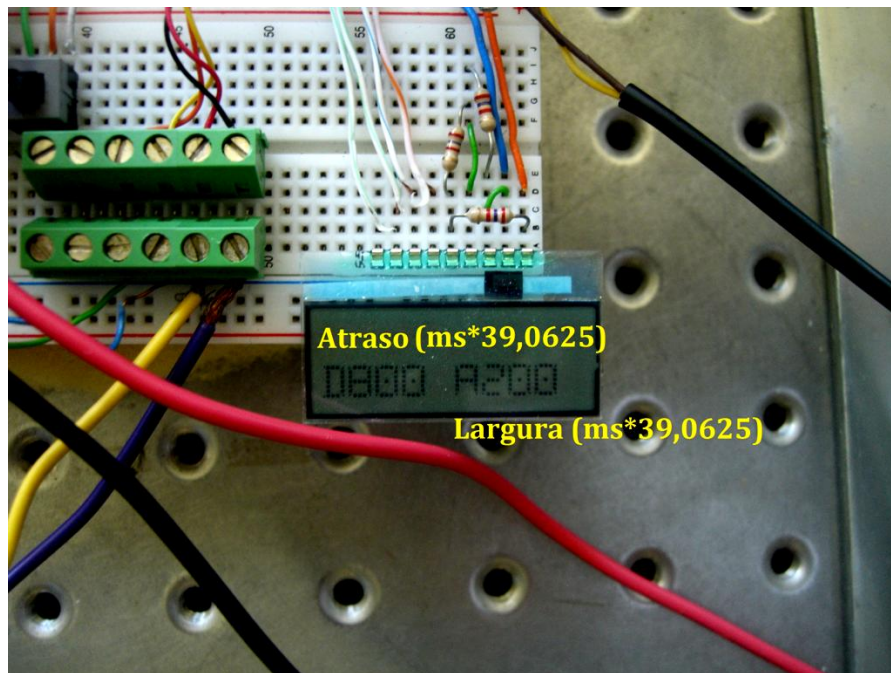


Figura 5.5.2 - LCD para visualização dos valores de atraso e de largura de pulso

Em suma, o diagrama de funcionamento pode ser expresso, de forma gráfica, pela Figura 5.5.3.

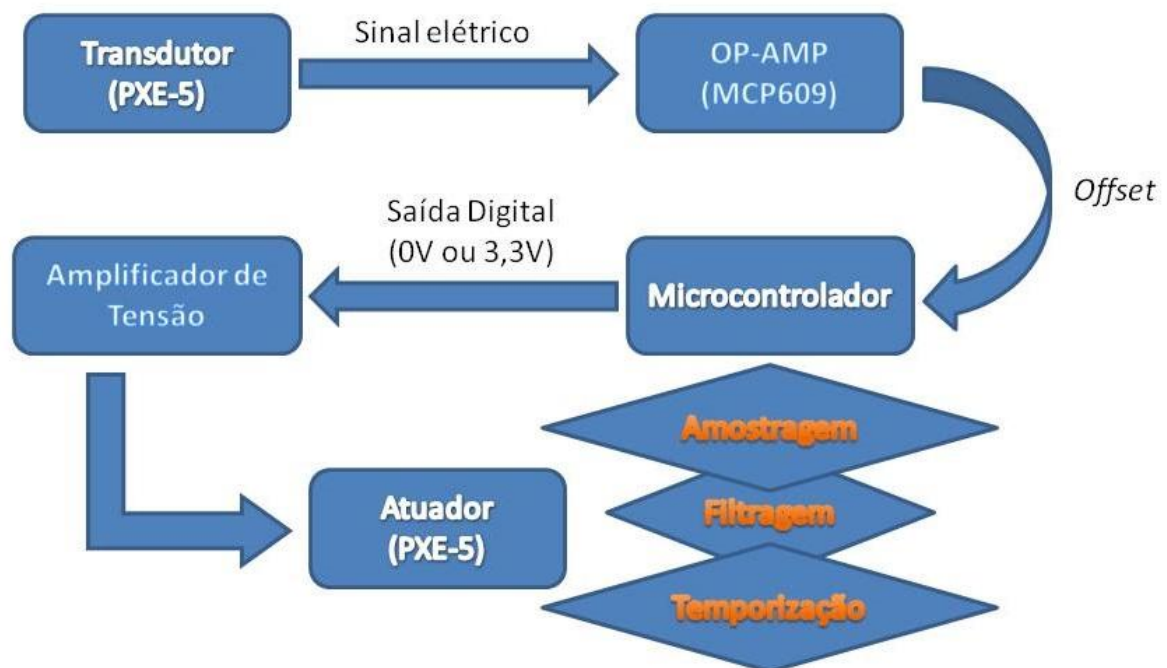


Figura 5.5.3 - Esquema de controlo

5.6 Controlo por *feedback*

O controlo por *feedback* realizado utiliza o sinal da posição proveniente do sensor laser e, através de um filtro RC passa-baixo de 2ª ordem com frequência de corte igual à fre-

quência natural amortecida da vibração da viga (ver Figura 5.6.1), cria um desfasamento de 90° no sinal que é posteriormente enviado para o amplificador que lhe aplica um ganho de 20 e envia o sinal resultante desta operação para o atuador piezoelétrico. Com isto, cria-se um controlador de *feedback* direto da velocidade num atuador que influencia o deslocamento/aceleração da estrutura.

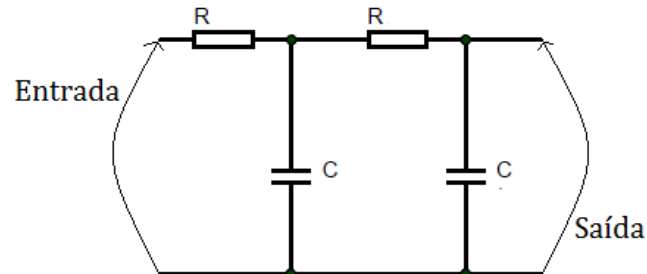


Figura 5.6.1 - Filtro RC passa-baixo de 2ª ordem

Através de ensaios preliminares, obteve-se a frequência natural amortecida do sistema como sendo de 27,6Hz. Dimensionou-se então os condensadores e resistências a utilizar sabendo que:

$$RC = (2\pi \times 27,6)^{-1} \quad (87)$$

Com base nesta informação, foram escolhidos condensadores cerâmicos de $1\mu\text{F}$ e resistências de $5,6\text{k}\Omega$ para implementar o controlador referido (o que representa uma frequência de corte de 28,4Hz, produzindo, no entanto, um desfasamento próximo dos 90° pretendidos).

Adicionalmente, utilizou-se um amplificador de instrumentação AD623AN para criar um *offset* ao sinal para o colocar em torno do valor 0, já que o sinal proveniente do sensor laser oscila entre 1 e 9V. O valor utilizado como referência para o *offset* é ajustado experimentalmente através de um potenciômetro. De seguida, o sinal resultante é enviado para um novo amplificador AD623AN com uma montagem com um ganho de 11, para um primeiro ajuste dos níveis de tensão do controlador antes de passar pelo amplificador de alta tensão. A montagem referida encontra-se representada na Figura 5.6.2.

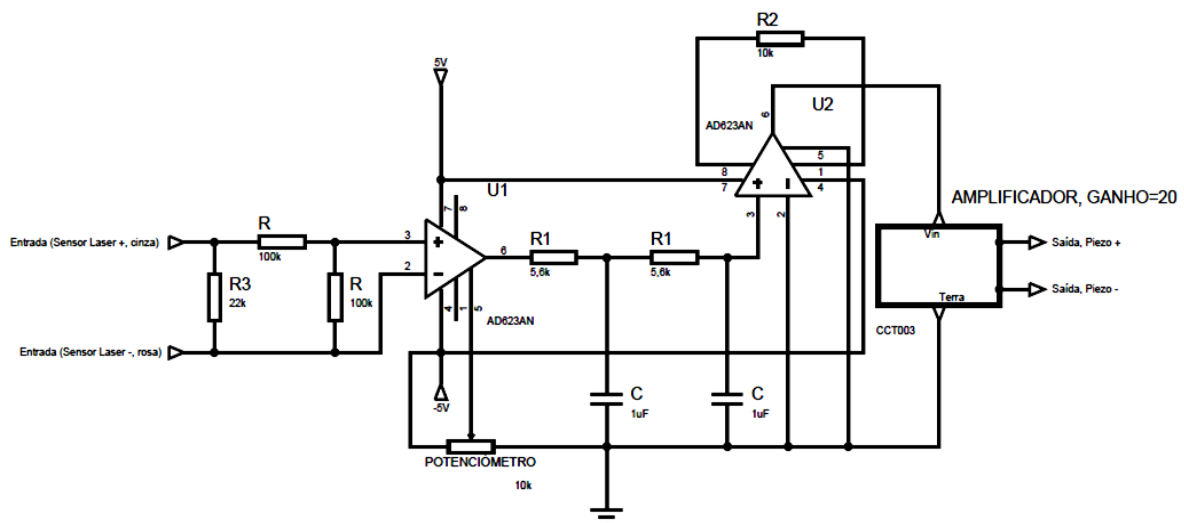


Figura 5.6.2 - Controlador de *feedback* utilizado

5.7 Metodologia Adotada

Para estudar a viabilidade de um controlo através de atuação pulsada, limitaram-se os parâmetros de estudo à largura de pulso e ao seu atraso, como referido. Com base nas ilações retiradas no capítulo anterior, a gama de intervalos a estudar foi espaçada em intervalos de 40/39,0625 milissegundos (aproximadamente 1ms) para o atraso do pulso e em intervalos de 80/39,0625 milissegundos (aproximadamente 2ms) para a largura do pulso, estudando todo o período de vibração no caso do atraso e metade deste no caso largura do pulso. A escala utilizada (dividida por 39,0625 milissegundos) está relacionada com a periodicidade e relógio do microcontrolador. Em suma, os valores estudados para a largura de pulso foram [(80; 160; 240; 320; 400; 480; 560; 640)/39,0625 ms] e para o atraso do pulso foram [(40; 80; 120; 160; 200; 240; 280; 320; 360; 400; 440; 480; 520; 560; 600; 640; 680; 720; 760; 800; 840; 880; 920; 960; 1000; 1040; 1080; 1120; 1160; 1200; 1240; 1280; 1320; 1360; 1400)/39,0625 ms].

Para obter o valor da razão de amortecimento para cada um dos pontos da malha criada pela gama de valores mencionada, foram realizados 5 ensaios para cada par de valores, tomando como valor final o valor médio de cada um destes conjuntos de 5 ensaios. Na realização de cada ensaio foram tomadas as seguintes precauções:

- Montagem;
 - A montagem foi realizada de forma a isolar, tanto quanto possível, a viga de perturbações externas a esta e também de forma a limitar as possíveis variações no comportamento dinâmico desta. Isto foi conseguido através da montagem na mesa referida (de forma isolada), e através do uso de porcas de pressão para manutenção das condições do encastramento.
- Sensor laser - com base no manual de utilização deste foram acautelados os seguintes fatores:
 - Os ensaios são realizados apenas após um período mínimo de 30 minutos em relação ao instante em que o sensor laser é ligado, de forma a permitir o aquecimento dos seus componentes;
 - Garantia das mesmas condições de iluminação entre ensaios;
 - Isto foi conseguido através da realização de todos os ensaios durante o período noturno (aproximadamente entre as 22h e as 4h de cada dia), com iluminação constante proveniente das luzes do teto do laboratório onde foram conduzidos os ensaios;
 - Garantia das mesmas condições de temperatura entre ensaios;
 - Isto foi conseguido de forma semelhante às condições de iluminação, já que durante o período noturno as amplitudes térmicas são, regra geral, menores. Em relação a variações de temperatura entre noites diferentes, foi garantido o estabelecimento de condições idênticas entre os vários dias através do aquecimento do laboratório, em caso de dias mais frios, e do seu arrefecimento, em caso de dias mais quentes;

- Este aspeto é igualmente importante no que diz respeito à montagem, já que as variações de temperatura alteram as características dinâmicas da estrutura utilizada, em particular da cola epóxida (com comportamento dinâmico mais sensível à temperatura do que os materiais metálicos e cerâmicos da viga e dos cristais piezoelétricos) e das condições de encastramento, que podem, eventualmente, ser alteradas devido aos diferentes coeficientes de dilatação térmica do alumínio e do aço.

Todos os ensaios realizados obedeceram a estes cuidados e após a sua realização, os dados resultantes são tratados seguindo a metodologia referida no final do terceiro capítulo para determinar as razões de amortecimento para cada caso e, também, as eficiências energéticas.

Capítulo 6

Análise de Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos e é realizada a sua análise no contexto dos objetivos definidos previamente para o trabalho.

6.1 Vibração Livre

Os ensaios realizados sem controlador apresentaram uma curva de deslocamento representada na Figura 6.1.1 (curva obtida para um dos 5 ensaios realizados, sendo as diferenças entre ensaios mínimas e não aparentemente perceptíveis). O eixo das ordenadas representa o valor do deslocamento (dividido pelo valor máximo do módulo do deslocamento para uma melhor percepção dos resultados) e o eixo das abcissas representa o tempo em segundos.

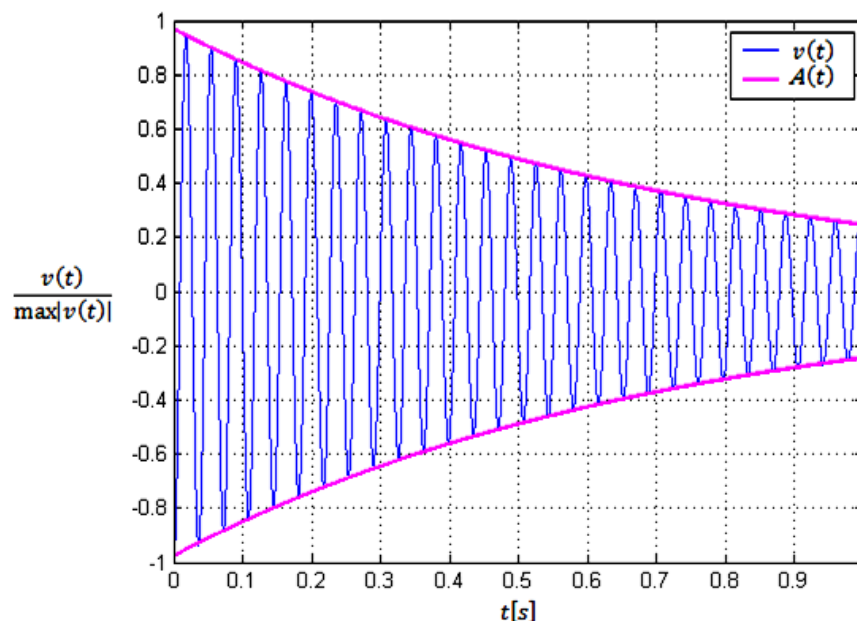


Figura 6.1.1 - Ensaio sem controlador

Os valores obtidos para o decaimento exponencial nos 5 ensaios realizados apresentam-se na Tabela 6.1.1. Apresenta-se também o cálculo da razão de amortecimento sendo que, para este cálculo, determinou-se o período de onda graficamente encontrando o tem-

po para o qual a viga oscilou 10 vezes (362,6ms) e dividindo por 10, o que permitiu encontrar a frequência angular natural amortecida do sistema como sendo 173,28rad/s (27,6Hz), valor este necessário à determinação da razão de amortecimento.

Tabela 6.1.1 - Ensaios em regime de vibração livre - Resultados

Ensaios i	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,386	0,7998	0,7989	$0,14 \times 10^{-4}$
2	1,382	0,7975		
3	1,386	0,7998		
4	1,384	0,7987		
5	1,384	0,7987		

O valor aqui obtido para a razão de amortecimento média, dado pela Equação (88), servirá de referência para os restantes ensaios para avaliar a melhoria relativa obtida com as diferentes metodologias e parâmetros de controlo testados, sendo este o principal objetivo deste conjunto de ensaios.

$$\xi_{ref} = (0,7989 \pm 0,0014) \times 10^{-2} \quad (88)$$

6.2 Controlo por *Feedback*

Utilizando uma metodologia semelhante, obtiveram-se os decaimentos exponenciais e razões de amortecimento para os ensaios com controlo por *feedback* (Tabela 6.2.1).

Tabela 6.2.1 - Ensaios com controlador por *feedback* da velocidade - Resultados

Ensaios i	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,474	0,8506	0,8520	$0,44 \times 10^{-4}$
2	1,471	0,8489		
3	1,479	0,8535		
4	1,484	0,8564		
5	1,474	0,8506		

Desta forma, a razão de amortecimento média obtida para o controlador de *feedback* implementado foi de:

$$\xi_{feedback} = (0,8520 \pm 0,0044) \times 10^{-2} \quad (89)$$

Este valor representa uma melhoria relativa de 6,64% face ao ensaio não controlado. Esta melhoria deve ser mantida em consideração para futura referência para uma análise comparativa entre este controlador e os controladores por atuação pulsada.

O sinal de atuação (útil para um futuro cálculo da eficiência energética deste controlador), pode ser visto na Figura 6.2.1. Note-se que, graficamente, é possível retirar o valor de ρK necessário à aplicação da Equação (69) como sendo, aproximadamente, 18V. No gráfico da Figura 6.2.1 representa-se a diferença de potencial aplicada ao atuador piezoelétrico em cada instante durante o primeiro segundo de vibração. Note-se que no instante inicial o sinal de atuação não é, ainda, nulo. Tendo em conta que neste instante a viga está na sua posição mínima (ver Figura 6.2.2), o valor apresentado neste instante inicial para o controlo deveria ser nulo (já que a velocidade no ponto mínimo da vibração é nula). Tal não se verifica devido à ligeira diferença no projeto do controlador para a frequência de corte, sendo de 28,4Hz ao invés de 27,6Hz, que é a frequência natural amortecida da viga, e portanto, o comportamento apresentado é o previsto.

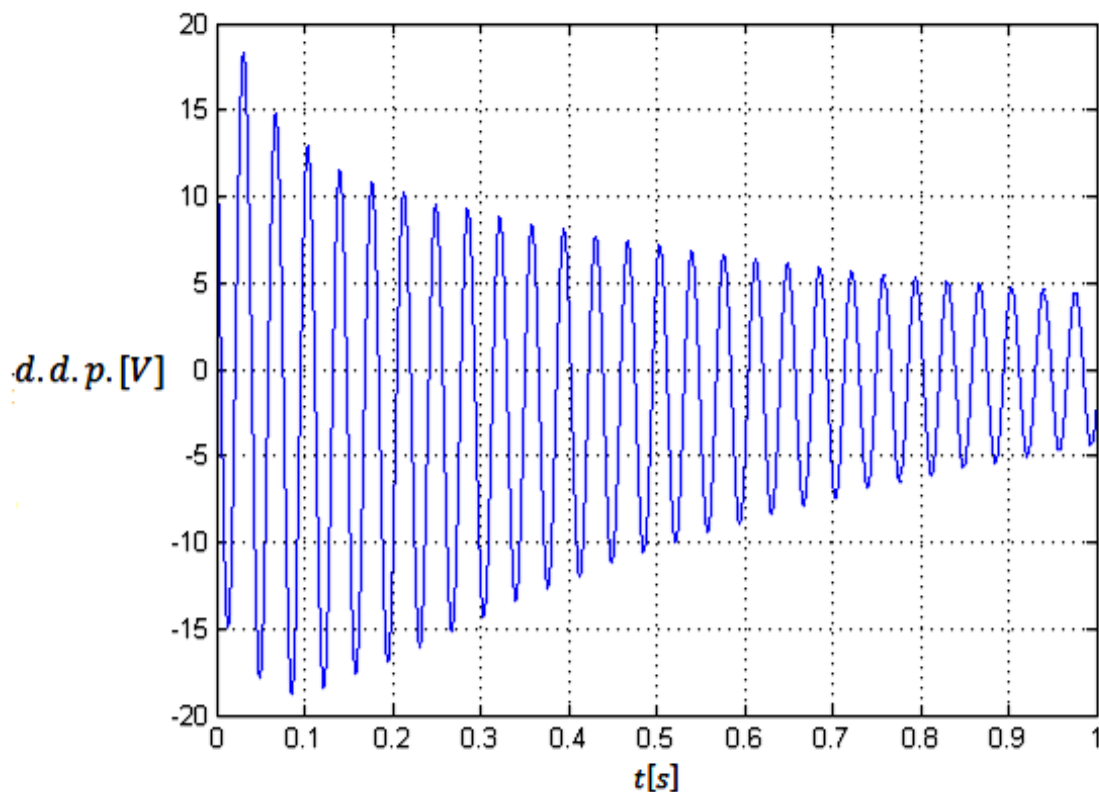


Figura 6.2.1 - Comportamento do controlador de *feedback* de velocidade utilizado (diferença de potencial aplicada no atuador piezoelétrico em função do tempo)

Com efeito ilustrativo, apresenta-se ainda, na Figura 6.2.2, o comportamento da viga com este controlador face ao comportamento da viga em oscilação livre.

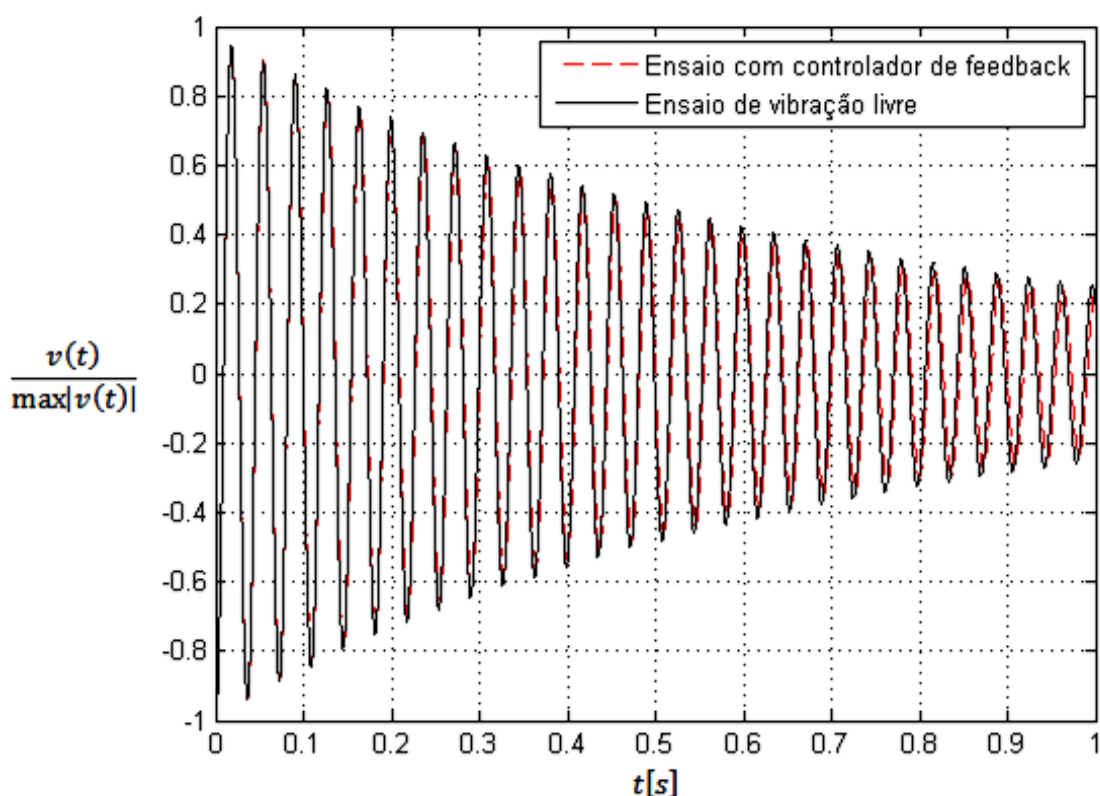


Figura 6.2.2 - Comportamento da viga em vibração livre e controlada por *feedback*

6.3 Atuação Pulsada

Para o estudo do controlo da viga encastrada através de uma atuação pulsada, utilizou-se uma metodologia semelhante à expressa anteriormente para o caso da vibração livre e do controlo por *feedback*. No entanto, criou-se para este caso uma malha de ensaios experimentais e, como tal, a ilustração gráfica dos resultados é mais conveniente e expositiva do que a apresentação dos resultados em tabelas (que podem ser consultadas em anexo no Anexo IV, para maior detalhe em relação aos valores obtidos). Assim sendo, apresentam-se os valores obtidos para a razão de amortecimento para uma dada largura de pulso e abrangendo os vários atrasos destes para essa largura nos gráficos das Figuras 6.3.1-6.3.8.

Face ao que foi referido no capítulo anterior, os resultados apresentam menos valores retirados no caso do atraso do pulso face ao que foi proposto. Isto deve-se à clara evidência experimental da ineficácia do controlador para certos atrasos de pulso, já que nos casos não representados graficamente eram criados *overshoots* que originavam instabilidade no controlador (isto é, atuação em permanência, não sendo atingido o equilíbrio). Assim sendo, com o objetivo de não comprometer a repetibilidade do estudo (devido à elevada quantidade de ensaios necessários) por via da atuação poder provocar, eventualmente, problemas na colagem ou problemas de fadiga, aquando da verificação de indícios instabilidade, realizou-se apenas um ensaio para cada atraso de pulso subsequente até que não se voltasse a verificar essa mesma instabilidade.

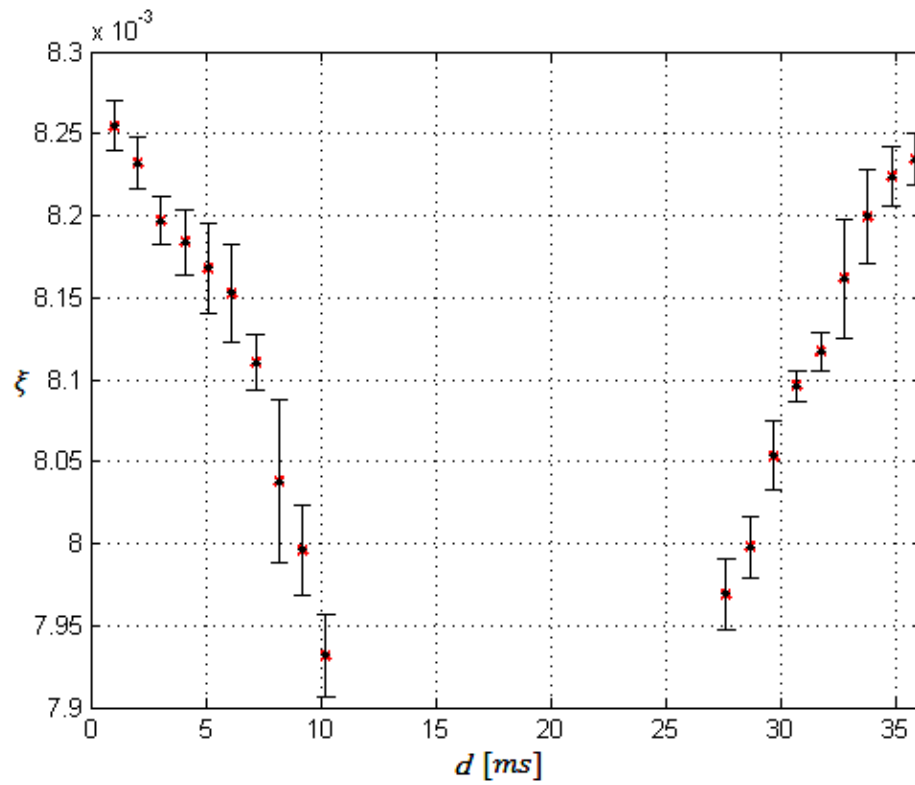


Figura 6.3.1 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 2,048$ [ms]

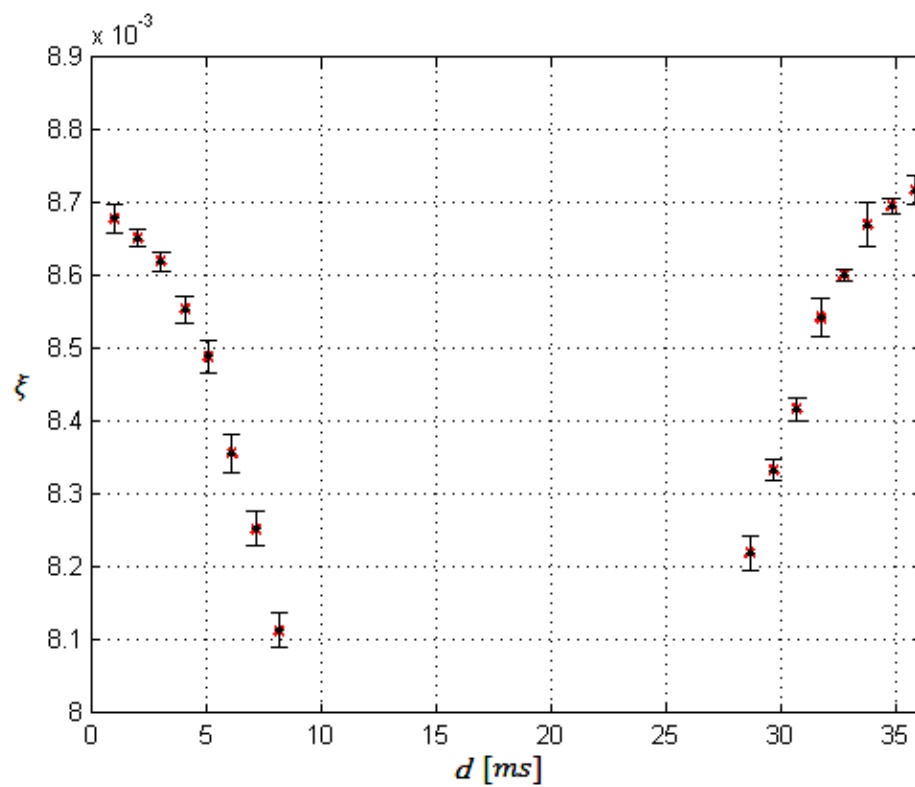


Figura 6.3.2 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 4,096$ [ms]

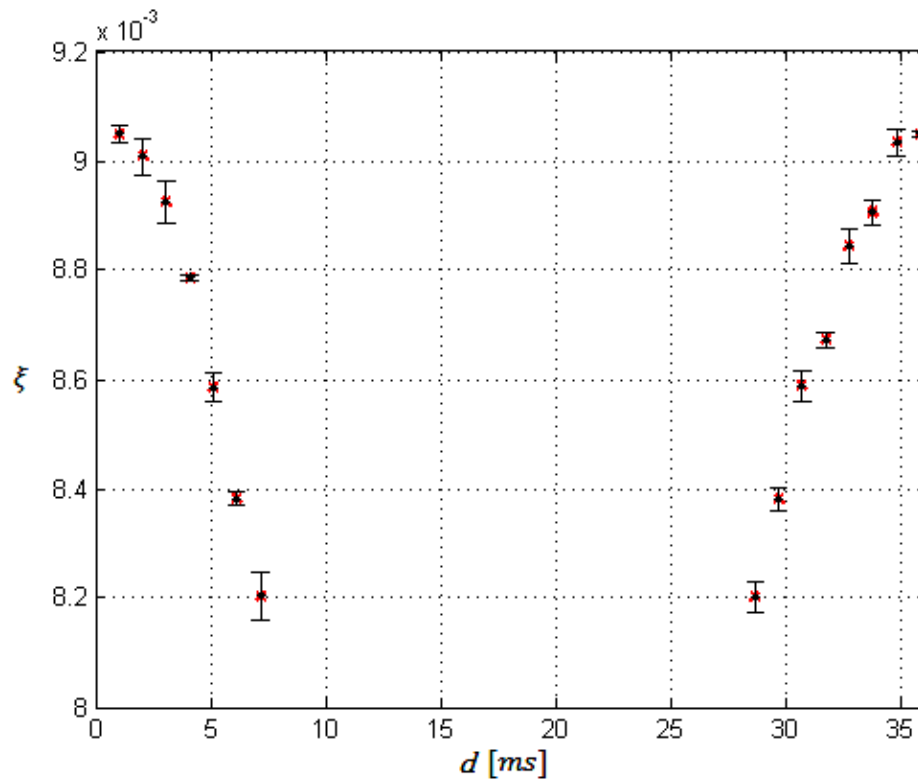


Figura 6.3.3 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 6,144$ [ms]

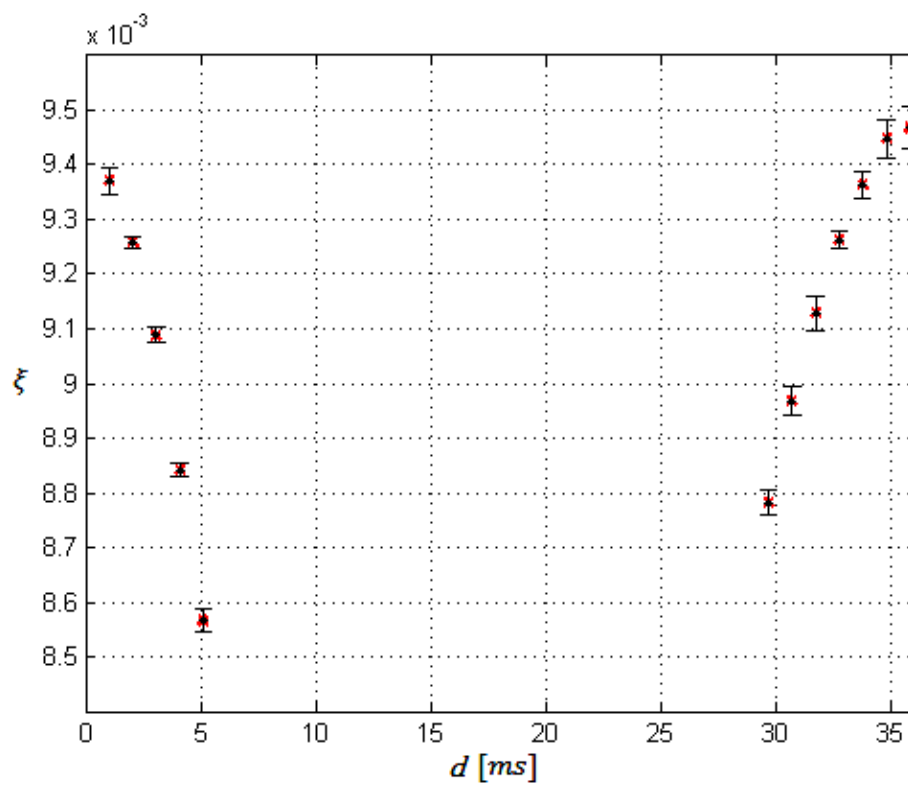


Figura 6.3.4 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 8,192$ [ms]

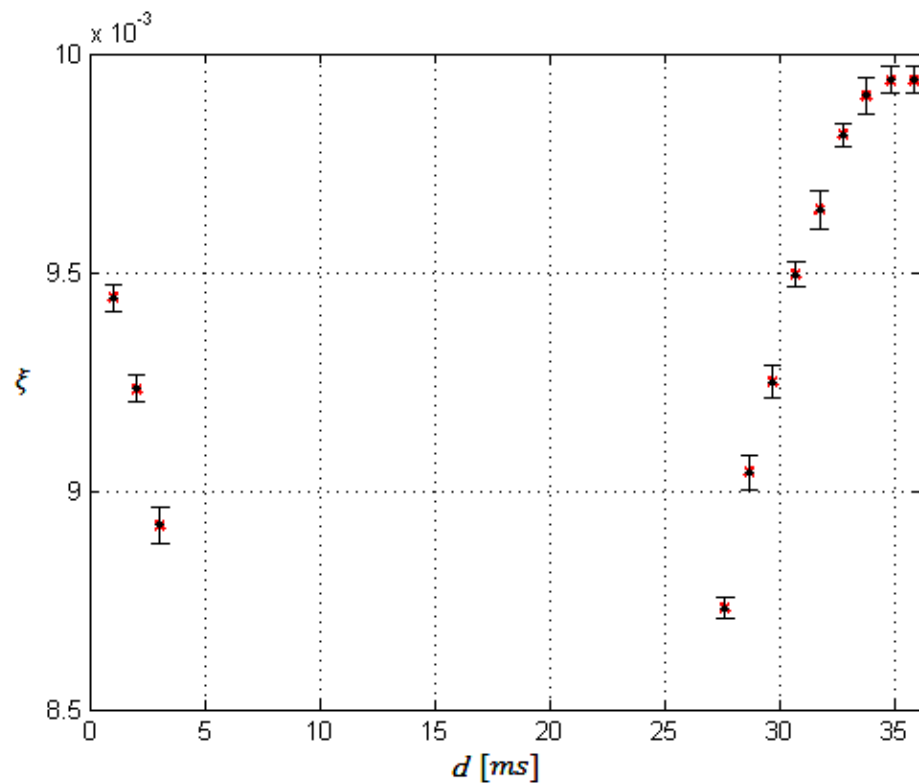


Figura 6.3.5 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 10,240$ [ms]

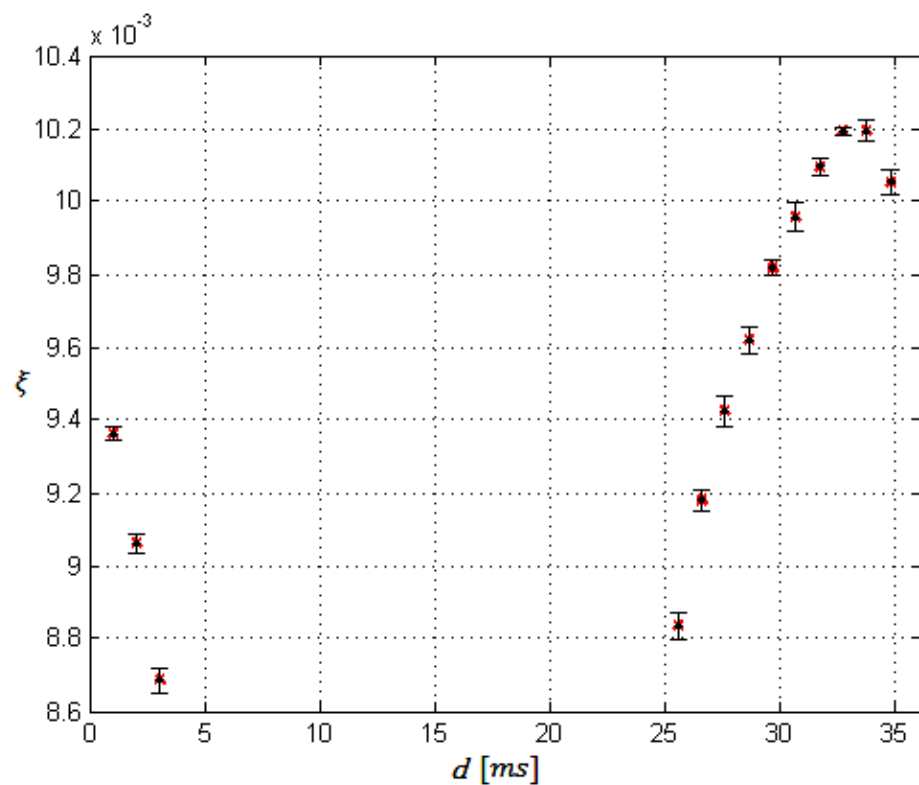


Figura 6.3.6 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 12,288$ [ms]

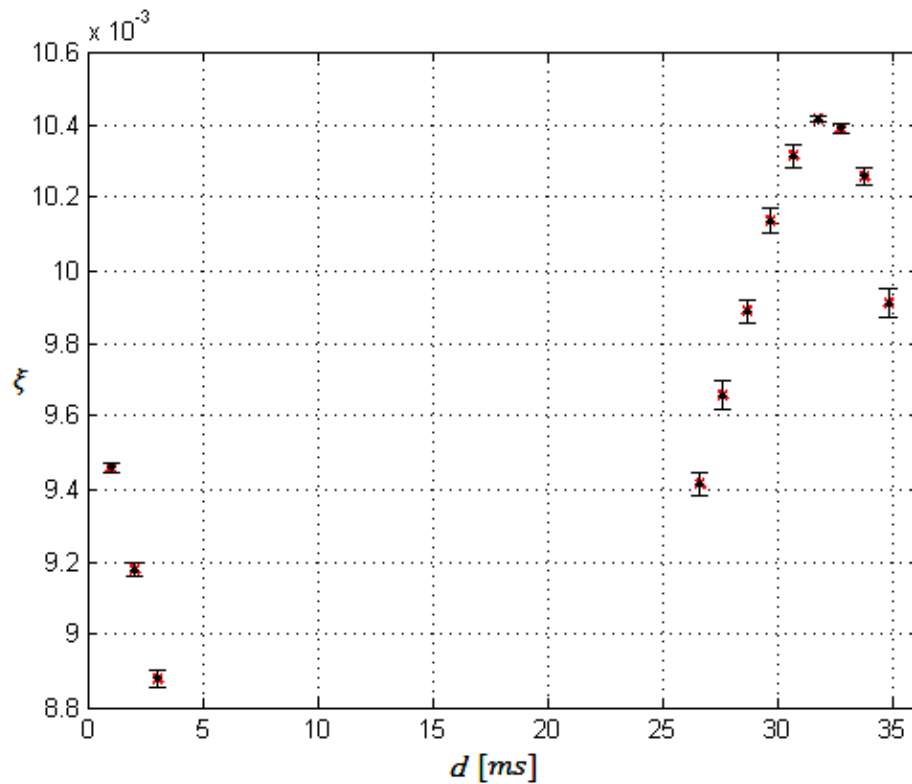


Figura 6.3.7 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 14,336$ [ms]

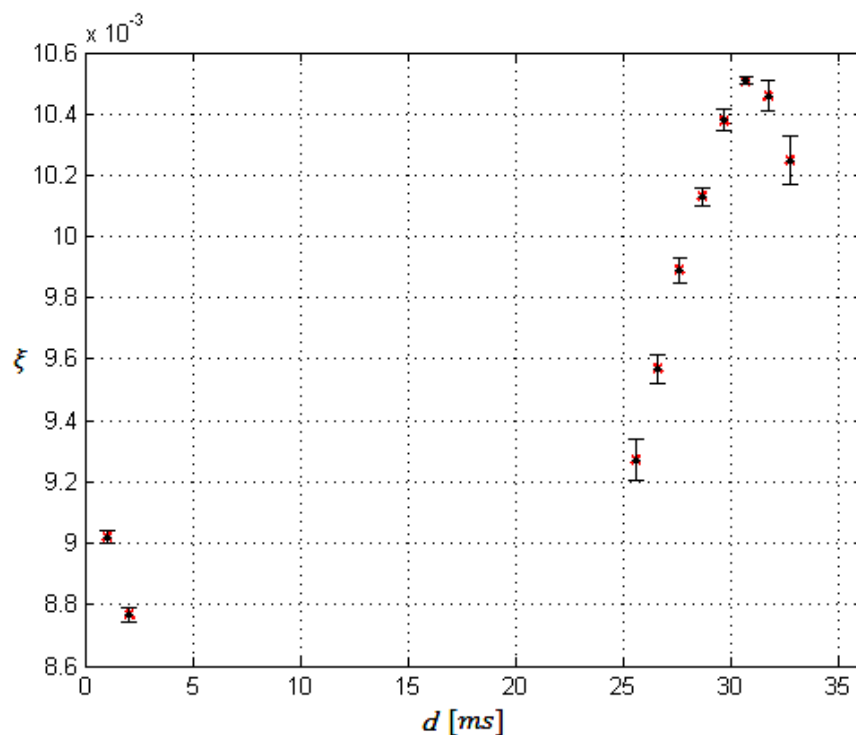


Figura 6.3.8 - Resultados obtidos para a razão de amortecimento da viga para $L = 16,384$ [ms]

Destes resultados podem ser retiradas as seguintes conclusões:

- Verifica-se um padrão periódico de natureza sinusoidal nos valores obtidos para a razão de amortecimento;

- Em termos de eficácia, os controladores com uma maior largura de pulso apresentam valores mais elevados para o aumento da razão de amortecimento;
- O aumento relativo máximo da razão de amortecimento foi de 31,52% para um atraso de pulso de 30,72ms e uma largura de pulso de 16,384ms;
- O comportamento aparentemente sinusoidal verificado entre o atraso do pulso e o seu desempenho é benéfico à flexibilidade da atuação, já que os casos com melhor desempenho apresentam também menores declives, o que permite que sejam atingidos desempenhos semelhantes com atrasos ligeiramente diferentes em relação ao atraso ótimo.

Para as diferentes larguras de pulso, os valores máximos atingidos para a razão de amortecimento podem ser vistos na Figura 6.3.9, bem como os atrasos de pulso para os quais estes valores foram verificados.

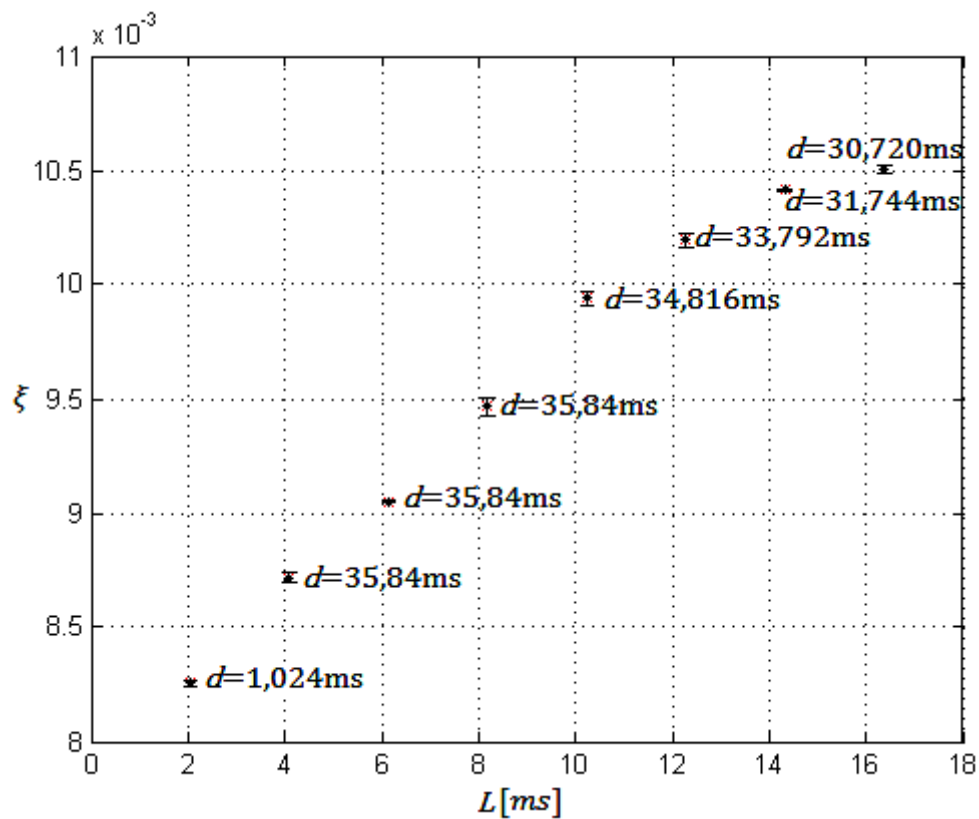


Figura 6.3.9 - Valores máximos obtidos para a razão de amortecimento para as sucessivas larguras de pulso

Através da Figura 6.3.9, é possível observar que a forma gráfica obtida para os sucessivos valores da razão de amortecimento máxima apresenta uma forma semelhante à forma de curva representada anteriormente na Figura 4.3.1. Ajustando os pontos obtidos a esta forma, obtém-se uma curva representada pela Equação (90), que origina o gráfico da Figura 6.3.10.

$$\xi_{\text{máximos}} = 1,415 \times 10^{-3} \sqrt{2 - 2 \cos\left(\frac{2\pi}{T} L\right)} + 7,708 \times 10^{-3} \quad (90)$$

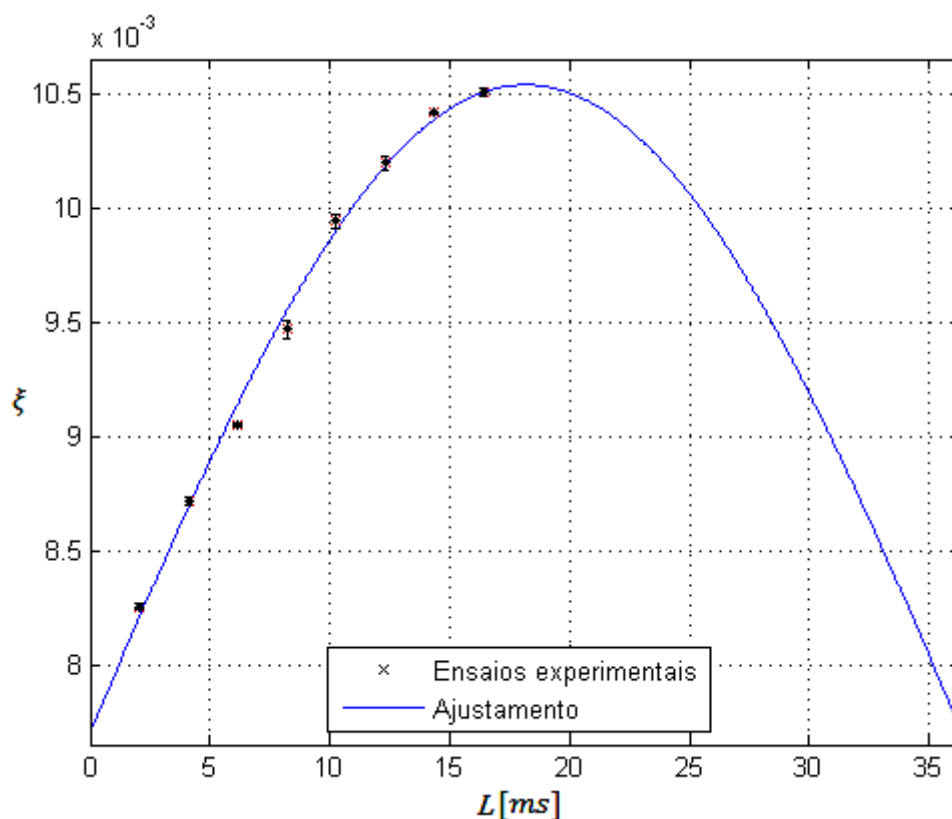


Figura 6.3.10 - Ajustamento realizado aos sucessivos máximos obtidos para as diferentes larguras de pulso

6.4 Análise Comparativa

Os aumentos relativos na razão de amortecimento conseguidos por cada controlador (demonstrativos da eficácia destes) encontram-se resumidos na Tabela 6.4.1.

Tabela 6.4.1 - Eficácia relativa dos controlador utilizados

Controlador	Aumento relativo da razão de amortecimento $\frac{ \bar{\xi} - \xi_{ref} }{\xi_{ref}} \times 100$ [%]
<i>Feedback</i> da velocidade	6,64
Atuação pulsada, $L = 2,048[ms]$	3,33
Atuação pulsada, $L = 4,096[ms]$	9,12
Atuação pulsada, $L = 6,144[ms]$	13,28
Atuação pulsada, $L = 8,192[ms]$	18,51
Atuação pulsada, $L = 10,240[ms]$	24,42
Atuação pulsada, $L = 12,288[ms]$	27,60
Atuação pulsada, $L = 14,366[ms]$	30,36
Atuação pulsada, $L = 16,384[ms]$	31,52

Em termos absolutos e tendo em conta apenas a eficácia demonstrada, os controladores através de atuação pulsada revelaram ser uma melhor solução face ao controlador por *feedback* implementado. Contudo, deve ter-se em consideração que o controlador por *feedback* utilizado não é um controlador otimizado e, portanto, os resultados evidenciados são meramente exemplificativos, sendo que, ao nível de eficácia, são encontrados na literatura controladores com eficácias bastante superiores dependendo do ganho utilizado, sendo que, no entanto, este é limitado pelas características dos próprios atuadores e amplificadores utilizados (VASQUES, 2008). No entanto, os resultados obtidos tornam-se relevantes pois possibilitam uma comparação energética dos controladores, pois a análise energética não é, habitualmente, o objetivo de análise no projeto dos sistemas de controlo ativo (importa sim obter um certo nível de redução do nível de vibrações), o que torna a informação existente sobre esta temática escassa. Isto deve-se ao facto da implementação de sistemas ativos ser justificada apenas em casos onde não é possível obter resultados suficientemente eficazes com sistemas passivos, sendo a componente energética um fator secundário relativamente ao fator de desempenho.

Neste contexto, no que toca à eficiência energética de cada controlador, os valores obtidos podem ser vistos na Tabela 6.4.2.

Tabela 6.4.2 - Eficiência energética dos controladores

Controlador	Eficiência energética $\epsilon [(J \cdot \Omega)^{-1}]$
<i>Feedback</i> da velocidade	$16,18 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 2,048[ms]$	$2,876 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 4,096[ms]$	$4,165 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 6,144[ms]$	$4,196 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 8,192[ms]$	$4,590 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 10,240[ms]$	$5,085 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 12,288[ms]$	$4,913 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 14,366[ms]$	$4,732 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 16,384[ms]$	$4,337 \times 10^{-4}$

Com base nestes resultados, é possível observar que:

- Apesar da sua eficácia relativamente reduzida, o controlador por *feedback* apresentou resultados satisfatórios em termos de eficiência energética comparativamente à generalidade dos controladores através de atuação pulsada implementados;
- Nos controladores com atuação pulsada, verifica-se um aumento na eficiência energética com o aumento da largura de pulso utilizada. Isto corresponde também, como visto anteriormente, a uma melhor eficácia no controlo;

Porém, os resultados representados pela Tabela 6.4.2 estão limitados pelos seguintes fatores:

- É assumido um igual peso entre a energia e o desempenho do controlador. Em diferentes contextos, podia definir-se a eficiência energética de diferentes for-

mas, pesando de diferentes maneiras a eficácia e o consumo energético. Assim sendo, podia associar-se, por exemplo, uma maior importância à eficácia em detrimento do consumo energético, o que já beneficiaria o resultado de eficiência energética dos controladores por atuação pulsada face ao controlador por *feedback*. Por exemplo, para uma ponderação quadrática da melhoria obtida, a eficiência energética baixaria para $1,074 \times 10^{-4} [(J \cdot \Omega)^{-1}]$ no caso do controlador por *feedback*, para $1,367 \times 10^{-4} [(J \cdot \Omega)^{-1}]$ para o controlador através de atuação pulsada mais eficaz e para $1,242 \times 10^{-4} [(J \cdot \Omega)^{-1}]$ no controlador mais eficiente (para uma largura de pulso de 10,240ms);

- Na realidade, a análise através de uma ponderação quadrática da melhoria obtida faz mais sentido na análise comparativa de resultados de controladores com diferentes amplitudes de atuação (o que não inviabiliza a análise com uma ponderação linear, que pode ser utilizada como medida absoluta da eficiência mas não de forma tão apropriada para efeitos comparativos). Isto é justificado pela dependência quadrática do consumo energético face à amplitude utilizada, sendo que esta mesma amplitude afeta a eficácia de forma apenas linear. Isto faz com que, para a obtenção de um nível idêntico de eficácia, a relação desta com o consumo energético não seja linear mas sim, de igual forma, quadrática (ou, alternativamente, considerar a raiz quadrada do consumo). Tendo isto em consideração, é apresentada, na Tabela 6.4.3, a eficiência energética com uma ponderação quadrática da eficácia do controlador (à qual se atribuiu a designação de ϵ_2) para uma análise comparativa mais assertiva.
- A análise realizada toma apenas os resultados de consumo energético até que se atinga 50% do nível de vibração, sendo que, para diferentes objetivos traçados para este nível, diferentes resultados seriam obtidos. Para o caso genérico, as eficiências energéticas dos vários controladores são apresentadas na Figura 6.4.1 para uma ponderação linear da eficácia e na Figura 6.4.2 para uma ponderação quadrática da eficácia. Como se pode constatar logo à partida, no caso da atuação pulsada a influência deste parâmetro de objetivo é idêntica para todos os controladores e, assim sendo, representa-se apenas o controlador que era, desde logo, o mais eficiente com base na informação fornecida pela Tabela 6.4.2 e pela Tabela 6.4.3, ou seja, representa-se a eficiência do controlador com uma largura de pulso de 10,240ms para o caso da ponderação linear e do controlador com uma largura de pulso de 14,366ms para o caso da ponderação quadrática.

Tabela 6.4.3 - Eficiência energética com ponderação quadrática da eficácia para cada controlador

Controlador	Eficiência energética com ponderação quadrática da eficácia do controlador $\epsilon_2 [(J \cdot \Omega)^{-1}]$
<i>Feedback</i> da velocidade	$1,074 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 2,048[ms]$	$0,096 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 4,096[ms]$	$0,380 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 6,144[ms]$	$0,557 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 8,192[ms]$	$0,850 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 10,240[ms]$	$1,242 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 12,288[ms]$	$1,356 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 14,366[ms]$	$1,437 \times 10^{-4}$
Atuação pulsada, $L = 16,384[ms]$	$1,367 \times 10^{-4}$

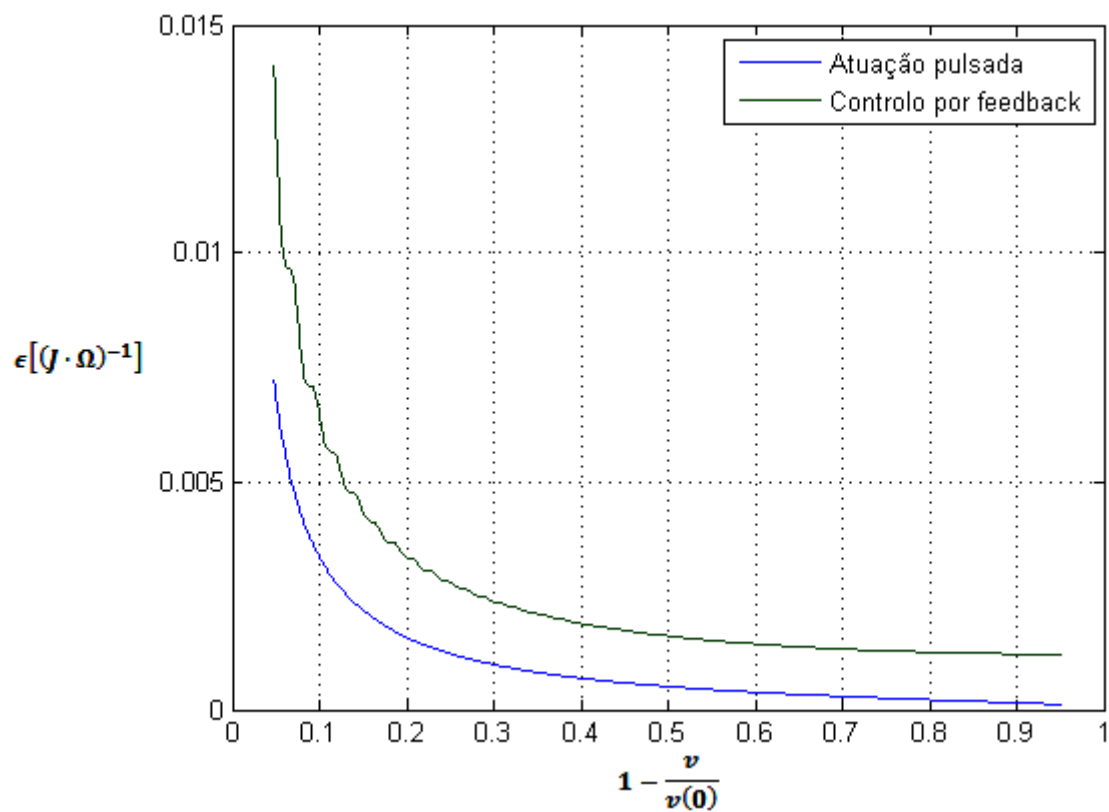


Figura 6.4.1 - Eficiência com ponderação linear da eficácia em função do objetivo de análise definido

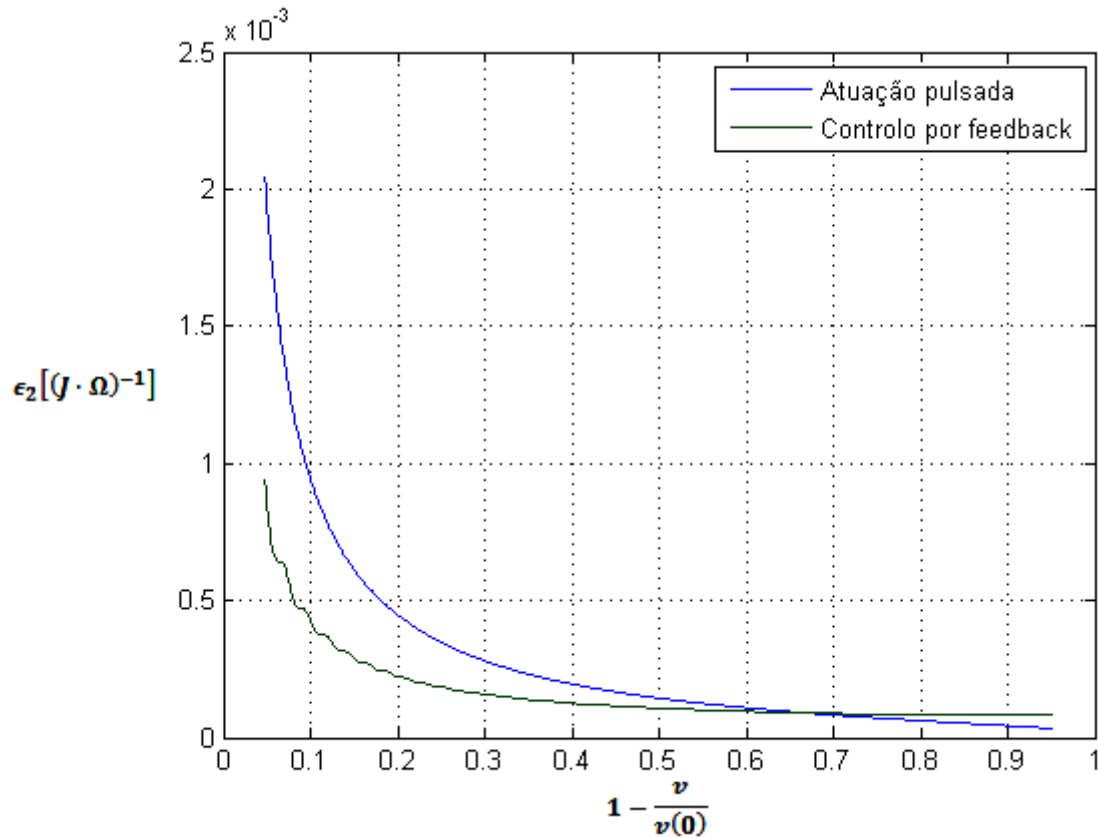


Figura 6.4.2 - Eficiência com ponderação quadrática da eficácia em função do objetivo de análise definido

Como principais conclusões acerca das representações anteriores, torna-se necessário frisar que:

- Apesar do controlo por *feedback* apresentar melhores desempenhos para uma ponderação linear da eficácia, isto não se verifica para uma ponderação quadrática da eficácia, onde o controlo através de atuação pulsada revelou melhores resultados até um valor limite para o objetivo definido de cerca de 66,8%;
- A análise realizada está condicionada pelo pressuposto de que a razão de amortecimento, no caso da atuação pulsada, se mantém constante, o que não corresponde à realidade, em que a razão de amortecimento aumenta conforme se vão atingindo valores de vibração mais reduzidos (devido ao facto da amplitude de atuação se manter constante). Isto é particularmente relevante para objetivos definidos para a redução do nível de vibração mais exigentes, o que faz com que a curva de eficiência tenda, inevitavelmente, para 0 e se afaste, cada vez mais, daquilo que se verificaria em termos práticos. Isto deixa antever que, no caso da eficiência com ponderação quadrática da eficácia, o controlador através de atuação pulsada tem potencial para ser mais eficiente que o controlo por *feedback* até valores mais elevados definidos para o objetivo de redução pretendido.

Capítulo 7

Conclusões e Trabalho Futuro

O trabalho é finalizado neste capítulo com comentários e conclusões acerca dos resultados obtidos de forma a introduzir e contextualizar sugestões para futuros trabalhos e desenvolvimentos.

7.1 Conclusões

O presente trabalho estudou, experimentalmente, a viabilidade da realização de uma atuação pulsada para efeitos de controlo dinâmico de estruturas leves. Verificou-se que existe uma dependência sinusoidal entre a razão de amortecimento e o atraso aplicado ao sinal de atuação, para uma dada largura de pulso constante. Na Figura 7.1.1 pode ser visto o exemplo desta relação para o caso de uma largura de pulso de 4,096ms.

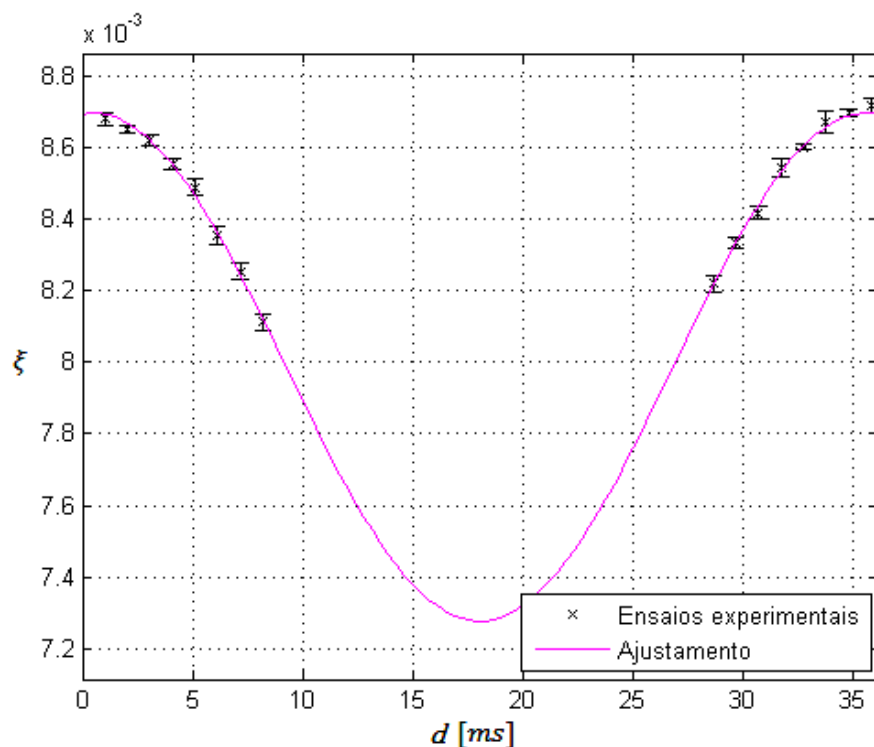


Figura 7.1.1 - Dependência sinusoidal da razão de amortecimento com o atraso do pulso

A curva de aproximação foi obtida através do ajustamento dos pontos obtidos experimentalmente à equação definida pela Equação (91).

$$\xi(d) = \rho \sin(\sigma d + \varphi) + \vartheta \quad (91)$$

Na equação anterior, ρ , σ , φ e ϑ são os parâmetros que se pretende ajustar. Para as diversas larguras de pulso, os valores obtidos para estes parâmetros encontram-se expressos na Tabela 7.1.1.

Tabela 7.1.1 - Parâmetros obtidos para o ajustamento da Equação (91) aos dados experimentais

Parâmetros Largura de pulso	ρ [$\times 10^{-3}$]	σ [rad/s]	φ [rad]	ϑ [$\times 10^{-3}$]
2,048ms	0,268	173,0	-0,126	7,970
4,096ms	0,710	178,8	-0,0852	7,987
6,144ms	1,199	172,0	0,040	7,869
8,192ms	1,439	164,8	0,350	8,042
10,240ms	1,846	161,4	0,608	8,094
12,288ms	1,917	165,1	0,803	8,241
14,336ms	2,426	176,6	0,654	7,914
16,384ms	2,692	173,8	0,856	7,736

Os valores de atraso do pulso, d , na realidade não são representativos do verdadeiro atraso do pulso, pois a operação de filtragem no microcontrolador faz com que os pulsos sejam enviados para o atuador com um atraso de 15,6ms⁸. Dado que a passagem de 1 para 0 no sensor piezoelétrico se dá na passagem de 0 para 1 no atuador piezoelétrico devido à posição do sensor piezoelétrico relativamente ao atuador e dado ainda que o período de vibração é de aproximadamente 36,2ms, a afirmação anterior é equivalente a dizer que o pulso está adiantado face à passagem de 1 para 0 no atuador piezoelétrico de:

$$\frac{36,2}{2} - 15,6 = 2,5ms$$

Portanto, o valor d é na realidade $d + 0,0025$ (considerando agora o atraso definido em relação ao atuador, $d_a = d - \frac{T}{2}$, e não ao sensor), o que equivale a dizer que o valor real do parâmetro de fase, φ , é dado por $\varphi + 0,0025\sigma$. Assim sendo, os valores corrigidos para o parâmetro em questão são apresentados na Tabela 7.1.2.

Tabela 7.1.2 - Valores corrigidos para o parâmetro de fase, φ

	L=2,048ms	L=4,096ms	L=6,144ms	L=8,192ms
φ [rad]	0,306	0,362	0,470	0,762
	L=10,240ms	L=12,288ms	L=14,336ms	L=16,384ms
φ [rad]	1,012	1,215	1,096	1,291

⁸ Valor observado experimentalmente

Com base nestes dados, concluiu-se que a razão de amortecimento, em função da largura e do atraso do pulso em relação ao atuador piezoelétrico pode ser expressa por:

$$\xi(d, L) = \rho_A \xi_{ref} Y(L) \cos(\omega_d d_a + \omega_d L/2) + \xi_{ref} \quad (92)$$

Na equação anterior, ρ_A é um parâmetro adimensional que depende da amplitude do pulso e de outras características não abrangidas por este estudo, como as características dos cristais piezoelétricos ou características físicas da viga. Experimentalmente, é um valor que pode ser determinado através da melhoria máxima, como definida pela Equação (65), encontrada para pulsos com uma largura equivalente a metade do período de vibração (no atual caso, e com base no gráfico da Figura 6.3.10, toma o valor de 0,319). Já $Y(L)$ é um parâmetro que define o padrão encontrado para os sucessivos máximos de melhoria atingidos para as sucessivas larguras de pulso que, com o fundamento já apresentado no capítulo anterior, pode ser encontrado, na sua forma normalizada (isto é, assumindo valores entre 0 e 1), através da seguinte expressão:

$$Y(L) = \sqrt{0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi}{T} L\right)} \quad (93)$$

Portanto, a Equação (92) assume o seguinte formato:

$$\xi(d, L) = \rho_A \xi_{ref} \sqrt{0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi}{T} L\right)} \cos(\omega_d d_a + \omega_d L/2) + \xi_{ref} \quad (94)$$

A malha tridimensional representativa da razão de amortecimento em função dos parâmetros estudados pode ser obtida através da Equação (94) e encontra-se ilustrada na Figura 7.1.2 para uma melhor percepção do comportamento dinâmico da viga com um controlo através de atuação pulsada.

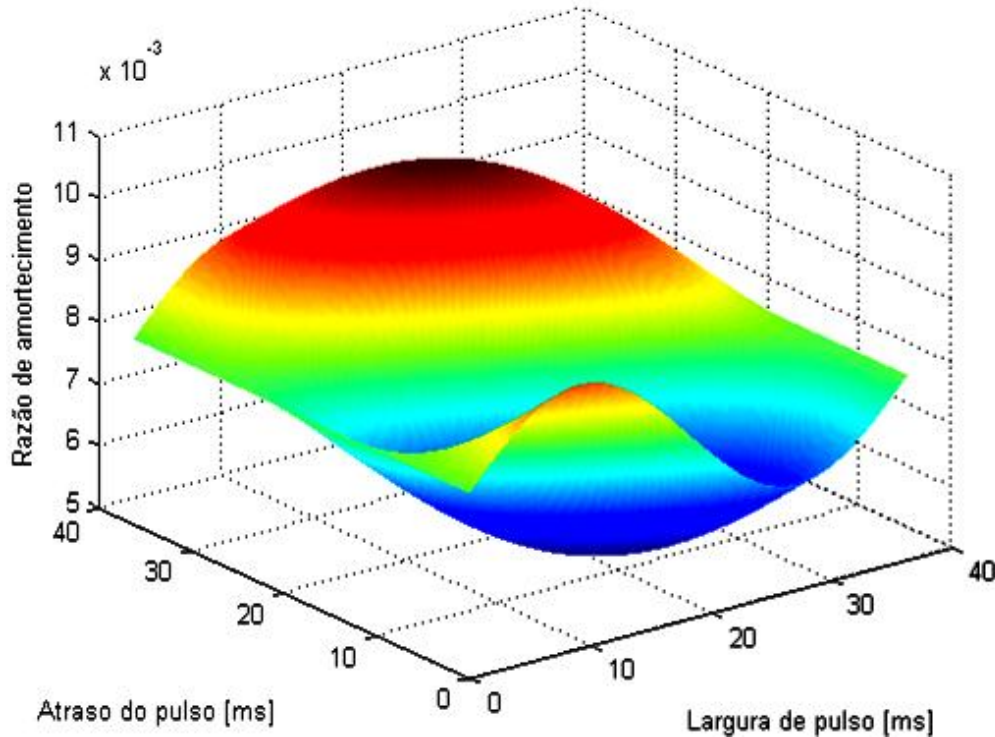


Figura 7.1.2 - Comportamento dinâmico da viga em função dos parâmetros de atuação

Da Equação (94) é ainda possível dimensionar o atraso e a largura dos pulsos de forma a maximizar a eficácia, bastando para isso tomar o atraso como sendo:

$$d_a = -\frac{L}{2} + rT, \quad (r \in \mathbb{Z}) \quad (95)$$

e a largura como sendo:

$$L = \frac{T}{2} \quad (96)$$

Se o objetivo for o de maximizar a eficiência, o atraso do pulso será dado, invariavelmente, pela Equação (95) mas a largura de pulso que maximiza a eficiência, L_{ef} , será tal que:

$$\left. \frac{d\epsilon}{dL} \right|_{L=L_{ef}} = 0 \quad (97)$$

Tendo em conta a definição de eficiência, apresentada na Equação (64), e tendo ainda em conta as Equações (63) e (65)-(67) obtém-se que:

$$\left. \frac{d}{dL} \left(\frac{2\pi}{\xi_{ref} A^2 \ln 2} \times \frac{\xi^2 - \xi_{ref} \xi}{L \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \right|_{L=L_{ef}} = 0 \quad (98)$$

Desenvolvendo, conclui-se que:

$$\left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi^2 - \xi_{ref} \xi}{L \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \frac{\partial \xi}{\partial L} - \frac{\xi^2 - \xi_{ref} \xi}{L^2 \sqrt{1 - \xi^2}} \right]_{L=L_{ef}} = 0 \quad (99)$$

Da equação anterior é possível obter ainda:

$$\left[\left(\frac{2\xi - \xi^3 - \xi_{ref}}{L^{3/2} \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \frac{\partial \xi}{\partial L} - \frac{\xi^2 - \xi_{ref} \xi}{L^2 \sqrt{1 - \xi^2}} \right]_{L=L_{ef}} = 0 \quad (100)$$

onde $\frac{\partial \xi}{\partial L}$ é encontrado através da Equação (94) e utilizando o atraso dado pela Equação (95) como sendo:

$$\frac{\partial \xi}{\partial L} = \frac{2\pi \rho_A \xi_{ref}}{T} \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{T} L\right)}{\sqrt{8 - 8 \cos\left(\frac{2\pi}{T} L\right)}} \quad (101)$$

Tomando, na Equação (100), ξ como sendo:

$$\xi(L) = \rho_A \xi_{ref} \sqrt{0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi}{T} L\right)} + \xi_{ref} \quad (102)$$

é possível obter, de forma gráfica ou numérica, o valor de largura de pulso que obedece à condição da Equação (97). No caso particular em estudo, obtém-se como solução o valor de 7,3ms, o que se aproxima dos resultados experimentais obtidos, justificando-se a diferença encontrada pelos ligeiros desvios experimentais. Note-se na Figura 6.3.10 que os valores da razão de amortecimento para as larguras de pulso de 8,192ms e de 6,144ms se encontram abaixo da curva de ajustamento e o valor para a largura de pulso onde se verificou máxima eficiência (10,240ms) se encontra acima da curva.

Da mesma forma, para maximizar a eficiência ponderada de forma quadrática pela eficácia tem-se que o valor de largura de pulso, L_{ef_2} , deve ser dado por:

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_2}{dL} \Big|_{L=L_{ef_2}} &= 0 \\ \left[\frac{d\epsilon}{dL} \frac{\xi - \xi_{ref}}{\xi_{ref}} + \epsilon \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{\xi - \xi_{ref}}{\xi_{ref}} \right) \right] \Big|_{L=L_{ef_2}} &= 0 \end{aligned} \quad (103)$$

Tendo em conta o desenvolvimento realizado anteriormente, obtém-se então que:

$$\left[\left[\left(\frac{2\xi - \xi^3 - \xi_{ref}}{L^{3/2}\sqrt{1-\xi^2}} \right) \frac{\partial \xi}{\partial L} - \frac{\xi^2 - \xi_{ref}\xi}{L^2\sqrt{1-\xi^2}} \right] (\xi - \xi_{ref}) + \frac{\xi^2 - \xi_{ref}\xi}{L\sqrt{1-\xi^2}} \frac{\partial \xi}{\partial L} \right] \Big|_{L=L_{ef_2}} = 0 \quad (104)$$

Utilizando o mesmo princípio empregue anteriormente, é possível obter de forma gráfica ou numérica o valor de largura de pulso que satisfaz a equação anterior. No caso particular em estudo, obtém-se como solução o valor de 14,02ms que é um valor idêntico ao verificado experimentalmente (com o evidente limite estabelecido pela resolução dos dados experimentais), o que corrobora também a adequabilidade do modelo estabelecido.

Em termos de parâmetros de eficácia, o controlo da viga encastrada com recurso a uma atuação pulsada através de materiais piezoelétricos apresentou resultados bastante satisfatórios, sendo que os valores para o aumento relativo da razão de amortecimento se apresentaram crescentes com a largura dos pulsos (como seria expectável, dada a utilização de uma largura de pulso sempre inferior a metade do período de vibração), tendo sido o melhor aumento relativo registado de 31,52%. O controlador por *feedback* direto da velocidade registou um aumento relativo de 6,64%, ou seja, apresentou uma eficácia menor em relação ao controlo através de atuação pulsada.

Quanto à eficiência energética, demonstrou-se que esta é crescente com a largura de pulso (no caso da atuação pulsada), até um certo ponto limite, a partir do qual a eficiência se começa a degradar. A este nível, a atuação pulsada revelou resultados (para os controladores mais eficientes e eficazes) idênticos ou ligeiramente superiores aos obtidos pelo controlador de *feedback* implementado, o que corrobora a viabilidade e potencialidade da atuação pulsada no controlo dinâmico de estruturas leves. A verificação de uma degradação da eficiência após uma certa largura de pulso pode ser justificada através da formulação teórica apresentada no Capítulo 4, focando o gráfico da Figura 4.3.1 e a sua formulação através da Equação (80). É possível observar, para o primeiro modo de vibração (que foi o modo analisado devido à sua preponderância), que consoante se realiza uma aproximação à metade do período do pulso por valores inferiores a este maior é o aumento da amplitude mas menor é o declive da tangente ao gráfico, ou seja, apesar da eficácia ser melhorada, para valores de largura próximos da metade do seu período, esta melhoria é conseguida através de um consumo energético cada vez maior de tal forma que o aumento na eficácia do controlador não é compensado por este aumento de consumo (para efeitos de análise de eficiência energética).

Outras conclusões retiradas ao longo do desenvolvimento do trabalho incluem:

- O controlo de estruturas leves utilizando uma metodologia de atuação pulsada revelou-se promissor, tendo sido obtidas boas eficácias com eficiências energé-

ticas razoáveis. Acima de tudo, esta metodologia pode permitir a eliminação da presença de um amplificador, com a sua substituição por uma simples fonte de alimentação e um ou vários transístores de potência (consoante a diferença de potencial elétrico necessária para atingir um dado nível de eficácia). Isto representa uma redução substancial no investimento inicial associado a um sistema de controlo ativo (pois um amplificador dedicado a este género de aplicação representa, habitualmente, uma parcela substancial do investimento necessário à aplicação do sistema);

- A implementação de uma atuação pulsada, além de apresentar bons resultados em termos de eficiência, é de simples implementação, com a maior dificuldade a prender-se com a realização da deteção da passagem a 0 da vibração (num dado sentido), o que, ainda assim, é relativamente simples utilizando métodos de transdução e processamento adequados;
- O controlo através de pulsos de elevada largura revelou-se bastante eficiente e eficaz. Isto corrobora a eficácia dos controladores do tipo *bang-bang*, sendo estes controladores mais eficazes do que controladores que utilizem menores larguras de pulso (note-se que o controlador *bang-bang* seria um caso em que a largura do pulso correspondesse a metade do período e existisse aplicação de pulsos com sinal negativo na fase oposta). No entanto, resta saber se a atuação em todo o período (com atuação com sinal negativo) implica um aumento na eficácia suficientemente elevado para compensar o aumento no consumo energético associado (que é duplicado). No entanto, este tipo de controlo seria energeticamente mais eficiente com larguras de pulso um pouco mais reduzidas, como comprovado experimentalmente;
- Face ao sinal do atuador piezoelétrico, o pulso positivo deve ser enviado na passagem de valores positivos para negativos, o que, aliado ao facto do fator d_{31} ser negativo e à posição dos sensores e do atuador, torna esta atuação equivalente na sua forma (tomando a formulação de Fourier apresentada) ao controlo por *feedback* (que também ele se encontra com valor positivo máximo na passagem de valores positivos para valores negativos);
- Uma das principais desvantagens da aplicação de uma atuação pulsada é o ruído (sonoro) que lhe está inerente devido às transições rápidas entre estados, o que pode condicionar a sua aplicação em casos onde se exija uma atuação mais silenciosa;
- As séries trigonométricas de Fourier revelaram ser uma ferramenta teórica eficaz na previsão do comportamento da estrutura, facilitando a formulação da expressão empírica para a razão de amortecimento do sistema.

7.2 Trabalho Futuro

Como trabalho futuro, sugere-se:

- Continuação do estudo sobre controlo através de atuação pulsada, com estudo de outros parâmetros de controlo, como sejam:
 - Amplitude do pulso;

- Número de pulsos por período;
 - Estudar, por exemplo, a atuação através de dois pulsos por período de onda, com amplitudes opostas e em oposição de fase, isto é o primeiro aplicado no instante t e o segundo no instante $t + T/2$ (sendo t o período).
- Atuadores utilizados.
 - Utilizar, por exemplo, atuadores piezoelétricos de flexão, materiais eletrostritivos, ou outro género de materiais ativos para aplicação do controlo implementado;
- Utilizar vigas com diferentes massas, dimensões e características dinâmicas;
- Estudar a eficácia de pulsos de elevada amplitude e largura reduzida no amortecimento dos diferentes modos de vibração para o qual o dimensionamento não é realizado (verificando, entre outros fatores, a eficácia deste método na redução/eliminação do efeito de *spillover*). Mesmo não sendo os mais eficazes no amortecimento do primeiro modo de vibração, os pulsos de largura reduzida podem revelar-se úteis noutras situações práticas, onde outros modos constituam presenças importantes no comportamento da estrutura;
- Realizar um controlador por *feedback* otimizado (como, por exemplo, um controlador LQR) e estudar a sua eficiência energética comparativamente aos valores obtidos para a atuação pulsada;
- Estudo da resposta do controlador a ensaios com um estímulo através de ruído aleatório;
- Criação de um espaço com atmosfera controlada para a realização de ensaios;
- Projetar um sistema de controlo ativo energeticamente autónomo baseado no controlo por atuação pulsada.

Referências Bibliográficas

Althen Sensors - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://www.althensensors.com/>>.

ASHLEY, H. - On passive damping mechanisms in large space structures. Journal of Spacecraft and Rockets. ISSN 0022-4650. Vol. 21, n.º 5 (1984), p. 448-455.

BALAS, MARK J - Direct velocity feedback control of large space structures. Journal of Guidance, Control, and Dynamics. Vol. 2, n.º 3 (2012).

BOYLESTAD, R.L. - Introductory Circuit Analysis. Prentice Hall PTR, 1997. ISBN 9780132359047.

CARPI, F. [et al.] - Dielectric Elastomers as Electromechanical Transducers: Fundamentals, Materials, Devices, Models and Applications of an Emerging Electroactive Polymer Technology. Elsevier Science, 2011. ISBN 9780080557724.

CHEN, C JULIAN - Introduction to scanning tunneling microscopy. Oxford University Press New York, 1993.

WESTINGHOUSE ELECTRIC & MANUFACTURING COMPANY - PIEZO ELECTRIC LOUD SPEAKER. CHUBB, LEWIS W. E.U.A. Concessão 1526319. 17 Fev 1925.

CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. - Dynamics of Structures. Computers and Structures, Incorporated, 2003. ISBN 9780923907501.

COLIBRYS - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://www.colibrys.ch/>>.

COUTU, DANIEL; BRAILOVSKI, VLADIMIR; TERRIAULT, PATRICK - Optimized design of an active extrados structure for an experimental morphing laminar wing. Aerospace Science and Technology. ISSN 1270-9638. Vol. 14, n.º 7 (2010), p. 451-458.

CURIE, JACQUES; CURIE, PIERRE - Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémiedres à faces inclinées. Comptes rendus de l'Académie des Sciences. Vol. 91 (1880), p. 294-5.

DAVIS, SAM - Ultra-Low-Voltage Input Power Converters Support Energy Harvesting [em linha]. PET innovations. [Consult. 15 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://cds.linear.com/docs/en/article/LTC3108EnergyHarvest.pdf>>.

DSE - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://sensor.dk/>>.

FELDMAN, MICHAEL - Hilbert transform in vibration analysis. Mechanical Systems and Signal Processing. ISSN 0888-3270. Vol. 25, n.º 3 (2011), p. 735-802.

FIRTH, D.; GOVERNMENT, MAGNAVOX COMPANY.; DIVISION, INDUSTRIAL - Quartz Crystal Oscillator Circuits Design Handbook. Magnavox Company, 1965.

FRANKLIN, GENE F; WORKMAN, MICHAEL L; POWELL, DAVE - Digital control of dynamic systems. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1997. ISBN 0201820544.

GU, HONGHUI [et al.] - Synthesis of (K, Na) (Nb, Ta)O₃ lead-free piezoelectric ceramic powders by high temperature mixing method under hydrothermal conditions. Ceramics International. ISSN 0272-8842. Vol. 38, n.º 3 (2012), p. 1807-1813.

Herzan - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://www.herzan.com/>>.

HEYDT, R. [et al.] - DESIGN AND PERFORMANCE OF AN ELECTROSTRICTIVE-POLYMER-FILM ACOUSTIC ACTUATOR. Journal of Sound and Vibration. ISSN 0022-460X. Vol. 215, n.º 2 (1998), p. 297-311.

HUI, R.; O'SULLIVAN, M. - Fiber Optic Measurement Techniques. Elsevier Science, 2009. ISBN 9780080920436.

IEEE Standard on Piezoelectricity. - ANSI/IEEE Std 176-1987. (1988), p. 0_1.

KAWIECKI, GRZEGORZ; SMITH, WINTHROP P; HU, CHENYI - Feasibility study of a torsional-bending piezoelectric actuator. Journal of intelligent material systems and structures. ISSN 1045-389X. Vol. 6, n.º 4 (1995), p. 465-473.

KERMANI, M.R.; MOALLEM, M.; PATEL, R.V. - Applied Vibration Suppression Using Piezoelectric Materials. Nova Science Publishers, Incorporated, 2008. ISBN 9781600218965.

KIM, SUNG JIN; JONES, JAMES D - Influence of piezo-actuator thickness on the active vibration control of a cantilever beam. Journal of intelligent material systems and structures. ISSN 1045-389X. Vol. 6, n.º 5 (1995), p. 610-623.

Kinetic Systems - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:http://www.kineticsystems.com/>.

KORKMAZ, SINAN - A review of active structural control: challenges for engineering informatics. Computers & Structures. ISSN 0045-7949. Vol. 89, n.º 23-24 (2011), p. 2113-2132.

KRAFT, MICHAEL [et al.] - A novel micromachined accelerometer capacitive interface. Sensors and Actuators A: Physical. ISSN 0924-4247. Vol. 68, n.º 1-3 (1998), p. 466-473.

LABANCA, MAURO [et al.] - Piezoelectric surgery: Twenty years of use. British Journal of Oral and Maxillofacial Surgery. ISSN 0266-4356. Vol. 46, n.º 4 (2008), p. 265-269.

LESIEUTRE, GEORGE A; OTTMAN, GEFREY K; HOFMANN, HEATH F - Damping as a result of piezoelectric energy harvesting. Journal of Sound and Vibration. ISSN 0022-460X. Vol. 269, n.º 3 (2004), p. 991-1001.

LIBRESCU, LIVIU; NA, SUNGSOO - Comparative study on vibration control methodologies applied to adaptive thin-walled anisotropic cantilevers. European Journal of Mechanics - A/Solids. ISSN 0997-7538. Vol. 24, n.º 4 (2005), p. 661-675.

LIPPMANN, GABRIEL - Principe de la conservation de l'électricité, ou second principe de la théorie des phénomènes électriques. J. Phys. Theor. Appl. Vol. 10, n.º 1 (1881), p. 381-394.

LURIE, B.; ENRIGHT, P. - Classical Feedback Control: With MATLAB. Taylor & Francis, 2000. ISBN 9780824703707.

MEGSON, T. H. G. - Chapter 10 - Structural vibration. In: Aircraft Structures for Engineering Students (Fifth Edition). Boston: Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN 978-0-08-096905-3, p. 345-366.

Micromega Dynamics - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:http://www.micromega-dynamics.com/>.

Minus K - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:http://www.minusk.com/>.

MOHEIMANI, S.O.R.; FLEMING, A.J. - Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping. Springer, 2010. ISBN 9781849965828.

Braun Aktiengesellschaft - Piezoelectric igniter for lighters. MOHR, WALTER. E.U.A. Concessão US3984738 A. 5 Out 1976. H02N2/00.

MOREIRA, RUI ANTÓNIO DA SILVA - Análise do comportamento dinâmico de placas com tratamento passivo por amortecimento viscoelástico. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 1996. Tese de Mestrado.

MURRAY-SMITH, D. J.; KOCIJAN, JUŠ; GONG, MINGRUI - A signal convolution method for estimation of controller parameter sensitivity functions for tuning of feedback control systems by an iterative process. Control Engineering Practice. ISSN 0967-0661. Vol. 11, n.º 9 (2003), p. 1087-1094.

NIEDERBERGER, D. [et al.] - Adaptive multi-mode resonant piezoelectric shunt damping. Smart Materials & Structures. ISSN 0964-1726. Vol. 13, n.º 5 (2004), p. 1025-1035.

Noliac Group - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://www.noliac.com/>>.

NYQUIST, HARRY - Certain topics in telegraph transmission theory. American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the. ISSN 0096-3860. Vol. 47, n.º 2 (1928), p. 617-644.

ODENBACH, S. - Ferrofluids: Magnetically Controllable Fluids and Their Applications. Springer, 2010. ISBN 9783642078828.

Preston Joshua S. - Method and apparatus for generating electricity while a user is moving. PRESTON, JOSHUA S. E.U.A. Concessão US8013463 B2. 6 Set 2011. F03B13/00.

PREUMONT, A. - Vibration Control of Active Structures: An Introduction. Springer London, Limited, 2011. ISBN 9789400720336.

RIBEIRO, JOÃO MIGUEL GONÇALVES - Passive vibration control of beams via shunted piezoelectric transducing technologies: modelling, simulation and analysis. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2010. Tese de Mestrado.

SHANNON, CLAUDE ELWOOD - Communication in the presence of noise. Proceedings of the IRE. ISSN 0096-8390. Vol. 37, n.º 1 (1949), p. 10-21.

SILVA, SUZANA DA MOTA - Shape and vibration control of composite structures using genetic algorithms. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2003. Tese de Doutoramento.

SODANO, HENRY A; INMAN, DANIEL J; PARK, GYUHAE - A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials. Shock and Vibration Digest. ISSN 0583-1024. Vol. 36, n.º 3 (2004), p. 197-206.

SPENCER JR, BF; NAGARAJIAH, S - State of the art of structural control. Journal of structural engineering. ISSN 0733-9445. Vol. 129, n.º 7 (2003), p. 845-856.

TAKÁCS, GERGELY - Smart Materials in Active Vibration Control. In: Model Predictive Vibration Control. Springer, 2012. ISBN 1447123328, p. 65-103.

TOOLBOX, THE ENGINEERING - Elastic Properties and Young Modulus for some Materials [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html>.

TZOU, H. S.; CHAI, W. K. - Design and testing of a hybrid polymeric electrostrictive/piezoelectric beam with bang-bang control. Mechanical Systems and Signal Processing. ISSN 0888-3270. Vol. 21, n.º 1 (2007), p. 417-429.

VASQUES, CÉSAR MIGUEL DE ALMEIDA - Vibration control of adaptive structures : modeling, simulation and implementation of viscoelastic and piezoelectric damping technologies. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2008. Tese de Doutoramento.

Whisper Room - [em linha]. [Consult. 10 de Maio de 2013]. Disponível em WWW:<URL:<http://www.whisperroom.com/>>.

WIKIPEDIA, S.; LLC, BOOKS - Chromism: Photochromism, Thermochromism, Photochromic Lens, Solvatochromism, Electrochromism, Bathochromic Shift, Halochromism. General Books LLC, 2010. ISBN 9781156075265.

WILKINSON, M. B.; OUTRAM, M. - Principles of pressure transducers, resonance, damping and frequency response. Anaesthesia & Intensive Care Medicine. ISSN 1472-0299. Vol. 10, n.º 2 (2009), p. 102-105.

WINDER, STEVE - Analog and digital filter design. Newnes, 2002. ISBN 0080488331.

WISSLER, MICHAEL; MAZZA, EDOARDO - Electromechanical coupling in dielectric elastomer actuators. Sensors and Actuators A: Physical. ISSN 0924-4247. Vol. 138, n.º 2 (2007), p. 384-393.

WU, ZAIGUANG; SOONG, TT - Modified bang-bang control law for structural control implementation. Journal of engineering mechanics. ISSN 0733-9399. Vol. 122, n.º 8 (1996), p. 771-777.

XU, Y. L. - Parametric study of active mass dampers for wind-excited tall buildings. Engineering Structures. ISSN 0141-0296. Vol. 18, n.º 1 (1996), p. 64-76.

Anexos

Anexo I - Código C associado ao controlador

```
#include <htc.h>

//definição das variáveis
unsigned int referencia=0xAAEE;
unsigned int atrasoanterior=800;
bit simnao;
bit naoler;
bit timerativo;
bit bittempo;
unsigned int actual=0x0000;
unsigned int actualin=0x0000;
bit entradaPOS;
bit anteriorPOS;
unsigned int memoriaout[2]={0,0};
unsigned int delay=800;
unsigned int delay2=800;
unsigned int largura=200;
bit anterior1;
bit actual1;
bit anterior2;
bit actual2;
bit anterior3;
bit actual3;
bit anterior4;
bit actual4;

void ADCconfig(void){

    //configuração dos registos do módulo ADC
    AD1CON1=0b0011010011100100;
    AD1CON2=0x0000;
    AD1CON3=0x0000;
    AD1CON4=0x0000;
    AD1CHS0=0x8080;
    CSS0=1;
    AD1PCFGL=0xFFFF; //definição do pino AN0 como canal a ler
    ADON=1; //início do módulo ADC

    AD1IE=1; //ativação de interrupts
    AD1IF=0;
}

void Tlconfig(unsigned int tempo){
    //tempo em ms para clock de 20MHz
    T1CON=0x0030;
    PR1=tempo;
    TMR1=0x0000;
    T1IF=0;
    T1IE=1;
}
```

```

void DACconfig(void){
//configuração do módulo DAC

SELACLK=1; //define a existência de um oscilador auxiliar
AOSCMD1=0; //
AOSCMD0=1; //oscilador é do tipo HS
ASRCSEL=0; //oscilador auxiliar é o gerador do sinal de relógio
APSTSCLR2=1;//
APSTSCLR1=1;//
APSTSCLR0=1;//o sinal de relógio não é dividido

DAC1CON=0x0005;
AMPON=1;

DAC1DFLT=0x8000;
LOEN=1; //ativar o canal esquerdo da DAC1
LITYPE=0; //tipo de interrupt
DAC1LIP2=1; //definição da prioridade do interrupt
DAC1LIE=1; //ativar os interrupts para a DAC1
DAC1LIF=1;
DACEN=1; //ativar o módulo DAC
DAC1LDAT=0x0000; //envio de um valor de inicialização para o módulo
}

void main(void){
    SWDTEN=0; //desativa o watchdog timer
    //inicialização das variáveis do tipo bit
    bitempo=0;
    naoler=1;
    timerativo=0;
    entradaPOS=1;
    anteriorPOS=1;
    simnao=0;
    TRISA=0xFFFF; //Definição das portas RAx como entradas
    TRISB=0x0000; //Definição das portas RBx como saídas
    TRISBbits.TRISB2=1; //RB2=saída
    TRISBbits.TRISB3=1; //RB3=saída
    TRISBbits.TRISB9=1; //RB9=saída
    TRISBbits.TRISB8=1; //RB8=saída
    simnao=(delay<=709); //simnao é a variável que define se é detetada a
passagem a zero entre positivo e negativo ou negativo e positivo
    ADCconfig(); //configuração ADC
    DACconfig(); //configuração DAC

    while(1) {
        //Deteção se o botão associado a RB2 foi pressionado
        actual1=RB2;
        if (actual1!=anterior1){
            if (actual1==1){
                delay+=10; //aumento do atraso do pulso
                simnao=(delay<=709); //avaliação do valor do atraso do
pulso
            }
            anterior1=actual1;
        }
        //Deteção se o botão associado a RB3 foi pressionado
        actual2=RB3;
        if (actual2!=anterior2){
            if (actual2==1){

```

```

        delay-=10;           //diminuição do atraso do pulso
        simnao=(delay<=709); //avaliação do valor do atraso do
pulso
    }
}
    anterior2=actual2;
    //Detecção se o botão associado a RB9 foi pressionado
    actual3=RB9;
    if (actual3!=anterior3){
        if (actual3==1){
            largura+=10; //aumento da largura de pulso
        }
    }
    anterior3=actual3;
    //Detecção se o botão associado a RB8 foi pressionado
    actual4=RB8;
    if (actual4!=anterior4){
        if (actual4==1){
            largura-=10;           //diminuição da largura de pulso
            referencia=actualin;   //criar nova referência da porta
ADC para o valor tido como 0
        }
    }
    anterior4=actual4;
}
}

void interrupt AD1(void) @0x00002E
{
    actual=ADC1BUF0; //leitura do módulo ADC
    AD1IF=0; //limpar flag do interrupt
}

void interrupt DAC1L(void) @0x0000B2
{
    actualin=actual; //igualar o valor a filtrar ao valor da entrada analógi-
ca
    actualin=(unsigned int)(actualin*0.01+memoriaout[0]*0.99); //filtro pas-
sa-baixo digital

    memoriaout[0]=actualin; //guardar o valor atual para aplicação no filtro
como valor anterior
    actualin=actualin*0x0010; //Conversão de 12 para 16 bits

    //se o temporizador não estiver ativo ativa a detecção das passagens a 0
    if (!timerativo){
        T1CONbits.TON=0;
        if (simnao==1){
            //se simnao for 1, deteta a passagem de valores positivos para 0
            if (actualin>referencia+0x0060){
                entradaPOS=1;
            }
            else if (actualin<referencia){
                entradaPOS=0;
                if (anteriorPOS==1){
                    RB0=0;
                    bittempo=1;
                }
            }
        }
    }
}

```

```

        T1IF=0;
        timerativo=1;
        atrasoanterior=delay;
        T1config(atrasoanterior); //atraso do pulso
        T1CONbits.TON=1;          //ativar o temporizador
    }
}
else{
    //se simnao for 0, deteta a passagem de valores negativos para 0
    if (actualin<referencia-64){
        entradaPOS=1;
    }
    else if (actualin>referencia){
        entradaPOS=0;
        if (anteriorPOS==1){
            RB0=0;
            bittempo=1;
            T1IF=0;
            timerativo=1;
            delay2=delay-623;          //correção empírica
            atrasoanterior=delay-709;
            T1config(delay2);          //atraso do pulso
            T1CONbits.TON=1;          //ativar o temporizador
        }
    }
}

anteriorPOS=entradaPOS;
}

DAC1LDAT=actualin; //envio do valor de saída através da DAC para eventual
supervisão do sinal
DAC1LIF=0;
}

void interrupt TEMPO1(void) @0x00001A
{
    if (bittempo){
        if (naoler){
            //primeiro passo após atraso: envio do pulso
            T1CONbits.TON=0;
            T1config(largura);
            T1CONbits.TON=1;
            naoler=0;
            RB0=1;
        }
        else{
            //segundo passo após atraso: bloqueio temporário da análise da
            leitura da ADC
            T1CONbits.TON=0;
            RB0=0;
            T1config(1050-atrasoanterior-largura/2);
            T1CONbits.TON=1;
            entradaPOS=0;
            bittempo=0;
            anteriorPOS=0;
        }
    }
}

```

```

else{
    //interrupção associada ao temporizador do passo anterior: fazer
    apenas reset aos bits necessários
    T1CONbits.TON=0;
    RB0=0;
    timerativo=0;
    entradaPOS=0;
    anteriorPOS=0;
    naoler=1;
}
    T1IF=0;
}

```

Anexo II - Código C associado ao controlador do ecrã LCD

```
#include <htc.h>

//definição de variáveis
bit anterior1;
bit actual1;
bit anterior2;
bit actual2;
bit anterior3;
bit actual3;
bit anterior4;
bit actual4;

unsigned int i=0x0000;
unsigned int numero=0x0000;
unsigned int delay=800;
unsigned int largura=200;
unsigned int entrada=800;
unsigned int anterior=800;
unsigned int entradaa=200;
unsigned int anteriora=200;

void delays(void) {
    //função de atraso
    TMR0=0;
    while(TMR0<=2);
}

void enviar(unsigned int caracter){
    i=1;
    while(i<=16){
        //envio dos bits correspondentes a cada segmento do caracter
        RB4=(caracter>>15)==1;
        caracter=caracter<<1;
        delays();
        RB3=1;
        delays();
        RB3=0;
        i++;
    }
}

//definição dos vários números e letras necessários
void nulo(void) {
    numero=0b0000000000000000;
    enviar(numero);
}

void zero(void) {
    numero=0b0101010110000101;
    enviar(numero);
}
```



```

void um(void) {
    numero=0b0000010001000101;
    enviar(numero);
}

void dois(void) {
    numero=0b0011010110000110;
    enviar(numero);
}

void tres(void) {
    numero=0b0010010110000111;
    enviar(numero);
}

void quatro(void) {
    numero=0b0110010000000111;
    enviar(numero);
}

void cinco(void) {
    numero=0b0010110110000011;
    enviar(numero);
}

void seis(void) {
    numero=0b0111010110000011;
    enviar(numero);
}

void sete(void) {
    numero=0b0000000010000101;
    enviar(numero);
}

void oito(void) {
    numero=0b0111010110000111;
    enviar(numero);
}

void nove(void) {
    numero=0b0110010110000111;
    enviar(numero);
}

void d(void) {
    numero=0b0010101110000101;
    enviar(numero);
}

void a(void) {
    numero=0b0111010010000111;
    enviar(numero);
}

void auxiliar(unsigned char numeral){
    //indica qual o caracter a enviar

```

```

    if (numeral==0){
        zero();
    }
    else if(numeral==1){
        um();
    }
    else if(numeral==2){
        dois();
    }
    else if(numeral==3){
        tres();
    }
    else if(numeral==4){
        quatro();
    }
    else if(numeral==5){
        cinco();
    }
    else if(numeral==6){
        seis();
    }
    else if(numeral==7){
        sete();
    }
    else if(numeral==8){
        oito();
    }
    else if(numeral==9){
        nove();
    }
}

void comecar(void){
    PORTB=0x00;
    RB1=1;
    RB2=1;
    delays();
    //envio dos vários números, testando se o número é na ordem dos
    milhares, centenas, dezenas, ou unidades
    if (entrada>=1000){
        d();
        anterior=(entrada-entrada%1000);
        auxiliar(anterior/1000);

        entrada=entrada-anterior;
        anterior=(entrada-entrada%100);
        auxiliar(anterior/100);

        entrada=entrada-anterior;
        anterior=(entrada-entrada%10);
        auxiliar(anterior/10);

        entrada=entrada-anterior;
        auxiliar(entrada);
    }
    else{
        if (entrada>=100){
            d();
            anterior=(entrada-entrada%100);

```

```

        auxiliar(anterior/100);

        entrada=entrada-anterior;
        anterior=(entrada-entrada%10);
        auxiliar(anterior/10);

        entrada=entrada-anterior;
        auxiliar(entrada);

        nulo();
    }
    else{
        if (entrada>=10){
            d();
            anterior=(entrada-entrada%10);
            auxiliar(anterior/10);

            entrada=entrada-anterior;
            auxiliar(entrada);

            nulo();
            nulo();
        }
        else{
            d();
            auxiliar(entrada);
            nulo();
            nulo();
            nulo();
        }
    }
}
if (entradaa>=1000){
    a();
    anteriora=(entradaa-entradaa%1000);
    auxiliar(anteriora/1000);

    entradaa=entradaa-anteriora;
    anteriora=(entradaa-entradaa%100);
    auxiliar(anteriora/100);

    entradaa=entradaa-anteriora;
    anteriora=(entradaa-entradaa%10);
    auxiliar(anteriora/10);

    entradaa=entradaa-anteriora;
    auxiliar(entradaa);
}
else{
    if (entradaa>=100){
        a();
        anteriora=(entradaa-entradaa%100);
        auxiliar(anteriora/100);

        entradaa=entradaa-anteriora;
        anteriora=(entradaa-entradaa%10);
        auxiliar(anteriora/10);

        entradaa=entradaa-anteriora;
    }
}

```

```

        auxiliar(entradaa);

        nulo();
    }
    else{
        if (entradaa>=10){
            a();
            anteriora=(entradaa-entradaa%10);
            auxiliar(anteriora/10);

            entradaa=entradaa-anteriora;
            auxiliar(entradaa);

            nulo();
            nulo();
        }
        else{
            a();
            auxiliar(entradaa);
            nulo();
            nulo();
            nulo();
        }
    }
}
delays();
RB2=0;
RB1=0;
}

void TIMERon(void) {
    T0SE=0;
    T0CS=0;
    PSA=0;
    PS2=1;//pre-scaler
    PS1=0;//pre-scaler
    PS0=0;//pre-scaler
    GIE=1;
    T0IF=0;
    T0IE=1;
}

void main(void) {
    //configurações
    TRISB=0x00;
    actual0=0;
    anterior0=0;
    VREN=0;
    PORTB=0x00;
    TRISB7=1;
    TRISB6=1;
    CMCON=0x07;
    RA1=0;
    TRISA=0xFF;
    OPTION=0;
    comecar();
    TIMERon();

    anterior1=0;

```

```

anterior2=0;
anterior3=0;
anterior4=0;

while(1){
    CLRWDI();
    actual0=RA1;
    //verifica se RA4 foi pressionado
    actual1=RA4;
    if (actual1!=anterior1){
        if (actual1==1){
            delay+=10;
            entrada=delay;
            entradaa=largura;
            comecar();
        }
    }
    anterior1=actual1;
    //verifica se RA3 foi pressionado
    actual2=RA3;
    if (actual2!=anterior2){
        if (actual2==1){
            delay-=10;
            entrada=delay;
            entradaa=largura;
            comecar();
        }
    }
    anterior2=actual2;
    //verifica se RB7 foi pressionado
    actual3=RB7;
    if (actual3!=anterior3){
        if (actual3==1){
            largura+=10;
            entrada=delay;
            entradaa=largura;
            comecar();
        }
    }
    anterior3=actual3;
    //verifica se RB6 foi pressionado
    actual4=RB6;
    if (actual4!=anterior4){
        if (actual4==1){
            largura-=10;
            entrada=delay;
            entradaa=largura;
            comecar();
        }
    }
    anterior4=actual4;
}

}

void interrupt tempo(void){
    TOIF=0;
}

```

Anexo III - Código de análise de resultados em MATLAB®

```
% definição dos atrasos e largura de pulso
delays=[40:40:120 1080:40:1400];
largurass=480;
larguras=largurass;
[delays larguras]=meshgrid(delays,larguras);

% inicialização dos arrays para os decaimentos, erros e medias dos
% decaimentos
decaimentos=zeros(size(delays));
erros=zeros(size(delays));
medias=zeros(1,5);
%ciclo para execução para todos os ensaios desejados
for delay=delays
    for largura=larguras(1)
        load(['Ensaios Final 2\A' num2str(largura) '\ensaio_d'
num2str(delay) '_a' num2str(largura) '.mat'])
        for n=0:4
            %escolha do ensaio a analisar
            saida=eval(['ensaio_d' num2str(delay) '_a'
num2str(largura) '_n' num2str(n)]);
            %definição da gama de tempo e dos dados
            tempo=saida.Time;
            dados=zeros(size(tempo));
            dados(1:end)=-saida.Data(1,1,:);
            dadosprefiltro=dados;
            dados=filter(Hlp,dados); %filtro passa-baixo
            dados=filter(Hhp,dados); %filtro passa-alto
            Ts=tempo(2)-tempo(1); %tempo entre amostras
            Fs = 1/Ts; %frequência de amostragem
            indice=find(dados==max(dados),1,'last'); %ponto inicial
            novosDados=-dados(indice:indice+round(Fs)*1-1)/max(dados);
%limite dos dados
            novoTempo=tempo(indice:indice+round(Fs)*1-1); %limite dos
tempos
            novoTempo=novoTempo-novoTempo(1); %valor inicial de tem-
po=0

            %algoritmo para analisar os sucessivos máximos e mínimos
com
            %base num método de gradiente
            anterior=novosDados(2-1);
            actual=novosDados(2);
            sentidoanterior=sign(actual-anterior);
            tempoMaximos=[];
            dadosMaximos=[];
            for i=3:max(size(novoTempo))
                anterior=novosDados(i-1);
                actual=novosDados(i);
                sentido=sign(actual-anterior);
                if sentidoanterior==1&&sentido==-1
                    dadosMaximos=[dadosMaximos novosDados(i-1)];
                    tempoMaximos=[tempoMaximos novoTempo(i-1)];
                end
            end
        end
    end
end
```

```

    sentidoanterior=sentido;

end
condicaoanterior=max(size(dadosMaximos));
condicao=0;
while condicao~=condicaoanterior;
    novosDados2=dadosMaximos;
    novoTempo2=tempoMaximos;
    condicaoanterior=max(size(dadosMaximos));
    anterior=dadosMaximos(2-1);
    actual=dadosMaximos(2);
    sentidoanterior=sign(actual-anterior);

    for i=3:max(size(dadosMaximos))
        anterior=novosDados2(i-1);
        actual=novosDados2(i);
        sentido=sign(actual-anterior);
        if sentidoanterior==1&&sentido~-1
            indices=find(dadosMaximos~=novosDados2(i-1));
            dadosMaximos=dadosMaximos(indices);
            tempoMaximos=tempoMaximos(indices);
        end
        sentidoanterior=sentido;
    end
    condicao=max(size(dadosMaximos));
end

indice1=find(dadosMaximos==max(novosDados));
dadosMaximos=dadosMaximos(indice1:end);
tempoMaximos=tempoMaximos(indice1:end);
novosDados=-novosDados;
anterior=novosDados(2-1);
actual=novosDados(2);
sentidoanterior=sign(actual-anterior);
tempoMinimos=[];
dadosMinimos=[];
for i=3:max(size(novoTempo))
    anterior=novosDados(i-1);
    actual=novosDados(i);
    sentido=sign(actual-anterior);
    if sentidoanterior==1&&sentido==1
        dadosMinimos=[dadosMinimos novosDados(i-1)];
        tempoMinimos=[tempoMinimos novoTempo(i-1)];
    end
    sentidoanterior=sentido;
end

condicaoanterior=max(size(dadosMinimos));
condicao=0;
while condicao~=condicaoanterior;
    novosDados2=dadosMinimos;
    novoTempo2=tempoMinimos;
    condicaoanterior=max(size(dadosMinimos));
    anterior=dadosMinimos(2-1);
    actual=dadosMinimos(2);
    sentidoanterior=sign(actual-anterior);

```

```

    for i=3:max(size(dadosMinimos))
        anterior=novosDados2(i-1);
        actual=novosDados2(i);
        sentido=sign(actual-anterior);
        if sentidoanterior== -1 && sentido ~= -1
            indices=find(dadosMinimos~=novosDados2(i-1));
            dadosMinimos=dadosMinimos(indices);
            tempoMinimos=tempoMinimos(indices);
        end
        sentidoanterior=sentido;

    end
    condicao=max(size(dadosMinimos));
end

dadosMinimos=-dadosMinimos;
tempoMinimos=tempoMinimos;
novosDados=-novosDados;

g = fittype(@(a,b,x) a*exp(-b*x)); %expressão a aproximar

p1=fit((tempoMaximos)',(dadosMaximos)',g,'StartPoint',[1,1])
p2=fit((tempoMinimos)',(dadosMinimos)',g,'StartPoint',[-1,1])

%otimização

Ts=novoTempo(2)-novoTempo(1); %tempo entre amostras
Fs = 1/Ts; % Frequência de amostragem
L=length(dadosprefiltro); %comprimento da amostra
NFFT = 2^nextpow2(L); % Potência de 2 seguinte do comprimento de novosDados
Y = fft(dadosprefiltro,NFFT)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
funcaofft=2*abs(Y(1:NFFT/2+1));
maxfft=max(funcaofft)
f0=f(funcaofft==maxfft)
w0=2*pi*f0; %frequência do 1º modo de vibração

antigodiffTs=0;
i=0;
h=p1.b;
diffT=(pi/2-atan(w0/h))/w0;
diffTs=round(diffT/Ts);
while (diffTs~=antigodiffTs) && (i<=100)
    i=i+1;

    novosIndices=round(tempoMaximos/Ts+diffTs);

    dadosMaximos2=novosDados(novosIndices(novosIndices<=L));
    tempoMaximos2=novoTempo(novosIndices(novosIndices<=L));
    p1=fit(tempoMaximos2,dadosMaximos2,g,'StartPoint',[0.5,1]);
    h=p1.b;
    antigodiffTs=diffTs;
    diffT=atan(h/w0)/w0;
    diffTs=ceil(diffT/Ts);
end

antigodiffTs=0;

```



```

i=0;
h=p2.b;
diffT=(pi/2-atan(w0/h))/w0;
diffTs=round(diffT/Ts);
while (diffTs~=antigodiffTs)&&(i<=100)
    i=i+1;

    novosIndices=round(tempoMinimos/Ts+diffTs);

    dadosMinimos2=novosDados(novosIndices(novosIndices<=L));
    tempoMinimos2=novoTempo(novosIndices(novosIndices<=L));
    p2=fit(tempoMinimos2,dadosMinimos2,g,'StartPoint',[-0.5,1]);
    h=p2.b;
    antigodiffTs=diffTs;
    diffT=atan(h/w0)/w0;
    diffTs=ceil(diffT/Ts);
end

medias(n+1)=p2.b; %retirar o decaimento exponencial da
curva inferior
end
decaimentos((delays==delay)&(larguras==largura))=mean(medias);
erros((delays==delay)&(larguras==largura))=max(abs(mean(medias)-medias));
end
end

delays_ms=delays/39.0625; %conversão de unidades do microcontrolador
para ms

%cálculo da razão de amortecimento
amortecimento=decaimentos./sqrt((2*pi*27.6).^2+decaimentos.^2);
%cálculo do erro máximo
erros_am=erros./sqrt((2*pi*27.6).^2+erros.^2);
distancia_centro=max(abs(amortecimento-7.989e-3));
figure;

%representação gráfica com barras de erro
errorbar(delays_ms,amortecimento,erros_am,'xk','LineWidth',1)
hold on
g1 = fittype(@(a,b,c,d,x) a*cos(2*pi/c*x+d)+b); %modelo utilizado nas
conclusões
p3=fit((delays_ms)',(amortecimento)',g1,'StartPoint',[0.2 7.989e-3
1420/39.0625 0]);
plot(linspace(0,1000/27.6,100),p3(linspace(0,1000/27.6,100)),'m')
axis([0 1000/27.6 -1.2*distancia_centro+7.989e-3
1.2*distancia_centro+7.989e-3]);
grid on
legend('Ensaio experimentais','Ajustamento','Location','SouthEast')

figure;
%representação gráfica dos ensaios experimentais
plot(delays_ms,amortecimento,'xr','LineWidth',2);
hold on
errorbar(delays_ms,amortecimento,erros_am,'.k','LineWidth',1)
xlim([0 1000/27.6]);
ylim('Auto');
grid on

```

Anexo IV - Resultados experimentais dos ensaios com atuação pulsada

Tabela A.1 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,430	0,8246	0,8255	$0,16 \times 10^{-4}$
2	1,434	0,8270		
3	1,431	0,8249		
4	1,431	0,8250		
5	1,432	0,8258		

Tabela A.2 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,425	0,8216	0,8232	$0,16 \times 10^{-4}$
2	1,429	0,8237		
3	1,427	0,8229		
4	1,429	0,8241		
5	1,428	0,8236		

Tabela A.3 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,421	0,8194	0,8197	$0,15 \times 10^{-4}$
2	1,423	0,8204		
3	1,420	0,8189		
4	1,419	0,8185		
5	1,424	0,8211		

Tabela A.4 - Resultados experimentais (d=4,096ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,422	0,8200	0,8184	$0,20 \times 10^{-4}$
2	1,416	0,8164		
3	1,418	0,8178		
4	1,421	0,8195		
5	1,419	0,8183		

Tabela A.5 - Resultados experimentais (d=5,120ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,418	0,8178	0,8168	$0,28 \times 10^{-4}$
2	1,412	0,8143		
3	1,412	0,8140		
4	1,420	0,8190		
5	1,420	0,8188		

Tabela A. 6 - Resultados experimentais (d=6,144ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,415	0,8160	0,8153	$0,30 \times 10^{-4}$
2	1,419	0,8183		
3	1,412	0,8143		
4	1,412	0,8142		
5	1,411	0,8136		

Tabela A.7 - Resultados experimentais (d=7,168ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,406	0,8107	0,8110	$0,17 \times 10^{-4}$
2	1,408	0,8117		
3	1,404	0,8094		
4	1,408	0,8122		
5	1,407	0,8113		

Tabela A.8 - Resultados experimentais (d=8,192ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,392	0,8029	0,8038	$0,50 \times 10^{-4}$
2	1,391	0,8020		
3	1,393	0,8031		
4	1,403	0,8088		
5	1,391	0,8023		

Tabela A. 9 - Resultados experimentais (d=9,216s e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,390	0,8014	0,7996	$0,28 \times 10^{-4}$
2	1,387	0,8008		
3	1,382	0,7968		
4	1,388	0,8001		
5	1,385	0,7989		

Tabela A.10 - Resultados experimentais (d=10,240ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,380	0,7957	0,7932	$0,25 \times 10^{-4}$
2	1,373	0,7923		
3	1,377	0,7940		
4	1,375	0,7930		
5	1,372	0,7910		

Tabela A.11 - Resultados experimentais (d=27,648ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,378	0,7948	0,7969	$0,22 \times 10^{-4}$
2	1,381	0,7961		
3	1,382	0,7971		
4	1,385	0,7984		
5	1,384	0,7982		

Tabela A.12 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,388	0,8005	0,7998	$0,19 \times 10^{-4}$
2	1,384	0,7979		
3	1,389	0,8011		
4	1,388	0,8001		
5	1,386	0,7994		

Tabela A.13 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,399	0,8066	0,8053	$0,21 \times 10^{-4}$
2	1,397	0,8054		
3	1,394	0,8036		
4	1,394	0,8037		
5	1,400	0,8074		

Tabela A.14 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,403	0,8090	0,8096	$0,094 \times 10^{-4}$
2	1,404	0,8093		
3	1,403	0,8090		
4	1,406	0,8106		
5	1,405	0,8103		

Tabela A.15 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,407	0,8112	0,8117	$0,12 \times 10^{-4}$
2	1,410	0,8129		
3	1,407	0,8115		
4	1,408	0,8117		
5	1,407	0,8112		

Tabela A.16 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,418	0,8179	0,8161	$0,37 \times 10^{-4}$
2	1,417	0,8170		
3	1,418	0,8175		
4	1,409	0,8125		
5	1,415	0,8159		

Tabela A.17 - Resultados experimentais (d=33,792ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,417	0,8171	0,8200	$0,29 \times 10^{-4}$
2	1,421	0,8196		
3	1,423	0,8204		
4	1,424	0,8210		
5	1,425	0,8217		

Tabela A.18 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,424	0,8208	0,8224	$0,18 \times 10^{-4}$
2	1,427	0,8229		
3	1,423	0,8206		
4	1,428	0,8234		
5	1,429	0,8241		

Tabela A.19 - Resultados experimentais (d=35,840ms e L=2,048ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,430	0,8245	0,8234	$0,16 \times 10^{-4}$
2	1,425	0,8219		
3	1,426	0,8223		
4	1,429	0,8241		
5	1,430	0,8244		

Tabela A.20 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,503	0,8669	0,8680	$0,19 \times 10^{-4}$
2	1,505	0,8676		
3	1,504	0,8670		
4	1,506	0,8685		
5	1,509	0,8699		

Tabela A.21 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,499	0,8645	0,8652	$0,12 \times 10^{-4}$
2	1,502	0,8660		
3	1,502	0,8662		
4	1,501	0,8654		
5	1,498	0,8641		

Tabela A.22 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,494	0,8615	0,8620	$0,14 \times 10^{-4}$
2	1,495	0,8622		
3	1,495	0,8622		
4	1,493	0,8607		
5	1,497	0,8633		

Tabela A.23 - Resultados experimentais (d=4,096ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,483	0,8549	0,8554	$0,18 \times 10^{-4}$
2	1,483	0,8549		
3	1,487	0,8572		
4	1,481	0,8539		
5	1,485	0,8562		

Tabela A.24 - Resultados experimentais (d=5,120ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,476	0,8513	0,8490	$0,23 \times 10^{-4}$
2	1,469	0,8472		
3	1,472	0,8486		
4	1,470	0,8477		
5	1,475	0,8503		

Tabela A.25 - Resultados experimentais (d=6,144ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,454	0,8382	0,8356	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,450	0,8363		
3	1,447	0,8345		
4	1,447	0,8345		
5	1,448	0,8347		

Tabela A.26 - Resultados experimentais (d=7,168ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,431	0,8250	0,8253	$0,23 \times 10^{-4}$
2	1,432	0,8256		
3	1,427	0,8230		
4	1,434	0,8268		
5	1,433	0,8263		

Tabela A.27 - Resultados experimentais (d=8,192ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,406	0,8109	0,8113	$0,24 \times 10^{-4}$
2	1,411	0,8137		
3	1,405	0,8102		
4	1,408	0,8120		
5	1,405	0,8099		

Tabela A.28 - Resultados experimentais (d=27,648ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,413	0,8148	0,8121	$0,25 \times 10^{-4}$
2	1,407	0,8116		
3	1,408	0,8117		
4	1,409	0,8123		
5	1,405	0,8103		

Tabela A.29 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,421	0,8195	0,8220	$0,25 \times 10^{-4}$
2	1,425	0,8216		
3	1,428	0,8233		
4	1,427	0,8227		
5	1,427	0,8226		

Tabela A.30 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,445	0,8331	0,8334	$0,16 \times 10^{-4}$
2	1,443	0,8320		
3	1,445	0,8334		
4	1,446	0,8335		
5	1,448	0,8350		

Tabela A.31 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,457	0,8402	0,8418	$0,16 \times 10^{-4}$
2	1,459	0,8414		
3	1,462	0,8432		
4	1,463	0,8434		
5	1,458	0,8408		

Tabela A.32 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,477	0,8519	0,8543	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,483	0,8553		
3	1,486	0,8569		
4	1,482	0,8543		
5	1,480	0,8532		

Tabela A.33 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,491	0,8600	0,8601	$0,074 \times 10^{-4}$
2	1,492	0,8605		
3	1,493	0,8608		
4	1,490	0,8594		
5	1,491	0,8599		

Tabela A.34 - Resultados experimentais (d=33,792ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,507	0,8692	0,8671	$0,31 \times 10^{-4}$
2	1,498	0,8640		
3	1,501	0,8655		
4	1,503	0,8666		
5	1,509	0,8702		

Tabela A.35 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,508	0,8695	0,8696	$0,11 \times 10^{-4}$
2	1,507	0,8689		
3	1,510	0,8706		
4	1,509	0,8704		
5	1,506	0,8685		

Tabela A.36 - Resultados experimentais (d=35,840ms e L=4,096ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,511	0,8711	0,8718	$0,19 \times 10^{-4}$
2	1,512	0,8719		
3	1,509	0,8699		
4	1,515	0,8735		
5	1,513	0,8725		

Tabela A.37 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,571	0,9060	0,9050	$0,15 \times 10^{-4}$
2	1,569	0,9047		
3	1,570	0,9055		
4	1,570	0,9051		
5	1,567	0,9035		

Tabela A.38 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,565	0,9025	0,9008	$0,34 \times 10^{-4}$
2	1,557	0,8976		
3	1,568	0,9042		
4	1,559	0,8990		
5	1,562	0,9009		

Tabela A.39 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,543	0,8896	0,8924	$0,38 \times 10^{-4}$
2	1,554	0,8963		
3	1,550	0,8937		
4	1,546	0,8913		
5	1,546	0,8913		

Tabela A.40 - Resultados experimentais (d=4,096ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,524	0,8785	0,8787	$0,062 \times 10^{-4}$
2	1,525	0,8793		
3	1,523	0,8781		
4	1,524	0,8785		
5	1,524	0,8790		

Tabela A.41 - Resultados experimentais (d=5,120ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,491	0,8595	0,8584	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,493	0,8611		
3	1,487	0,8576		
4	1,485	0,8563		
5	1,487	0,8576		

Tabela A.42 - Resultados experimentais (d=6,144ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,452	0,8374	0,8382	$0,13 \times 10^{-4}$
2	1,454	0,8384		
3	1,452	0,8374		
4	1,454	0,8381		
5	1,456	0,8394		

Tabela A.43 - Resultados experimentais (d=7,168ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,428	0,8232	0,8204	$0,44 \times 10^{-4}$
2	1,423	0,8207		
3	1,423	0,8208		
4	1,424	0,8213		
5	1,415	0,8160		

Tabela A.44 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,427	0,8231	0,8201	$0,29 \times 10^{-4}$
2	1,420	0,8188		
3	1,421	0,8196		
4	1,423	0,8207		
5	1,420	0,8186		

Tabela A.45 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,451	0,8369	0,8380	$0,22 \times 10^{-4}$
2	1,457	0,8402		
3	1,453	0,8380		
4	1,450	0,8361		
5	1,455	0,8390		

Tabela A.46 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,491	0,8598	0,8588	$0,27 \times 10^{-4}$
2	1,488	0,8581		
3	1,487	0,8576		
4	1,486	0,8570		
5	1,494	0,8615		

Tabela A.47 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,503	0,8665	0,8672	$0,14 \times 10^{-4}$
2	1,506	0,8685		
3	1,505	0,8679		
4	1,502	0,8662		
5	1,503	0,8669		

Tabela A.48 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,535	0,8853	0,8844	$0,30 \times 10^{-4}$
2	1,528	0,8813		
3	1,537	0,8863		
4	1,535	0,8851		
5	1,533	0,8838		

Tabela A.49 - Resultados experimentais (d=33,792ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,545	0,8912	0,8906	$0,23 \times 10^{-4}$
2	1,549	0,8930		
3	1,544	0,8905		
4	1,542	0,8891		
5	1,543	0,8895		

Tabela A.50 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,566	0,9031	0,9033	$0,25 \times 10^{-4}$
2	1,569	0,9045		
3	1,566	0,9033		
4	1,562	0,9009		
5	1,569	0,9050		

Tabela A.51 - Resultados experimentais (d=35,840ms e L=6,144ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,570	0,9052	0,9049	$0,048 \times 10^{-4}$
2	1,570	0,9054		
3	1,569	0,9048		
4	1,569	0,9047		
5	1,569	0,9046		

Tabela A.52 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,623	0,9358	0,9370	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,624	0,9364		
3	1,624	0,9367		
4	1,630	0,9396		
5	1,624	0,9367		

Tabela A.53 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,6072	0,9267	0,9257	$0,099 \times 10^{-4}$
2	1,6042	0,9250		
3	1,6038	0,9248		
4	1,6052	0,9256		
5	1,6069	0,9266		

Tabela A.54 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,574	0,9078	0,9089	$0,14 \times 10^{-4}$
2	1,574	0,9079		
3	1,577	0,9092		
4	1,577	0,9093		
5	1,579	0,9102		

Tabela A.55 - Resultados experimentais (d=4,096ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,533	0,8840	0,8842	$0,11 \times 10^{-4}$
2	1,535	0,8853		
3	1,534	0,8846		
4	1,533	0,8837		
5	1,532	0,8833		

Tabela A.56 - Resultados experimentais (d=5,120ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,486	0,8569	0,8566	$0,22 \times 10^{-4}$
2	1,483	0,8554		
3	1,483	0,8554		
4	1,486	0,8566		
5	1,489	0,8588		

Tabela A.57 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,523	0,8805	0,8781	$0,23 \times 10^{-4}$
2	1,526	0,8801		
3	1,520	0,8763		
4	1,520	0,8767		
5	1,521	0,8771		

Tabela A.58 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,559	0,8989	0,8968	$0,27 \times 10^{-4}$
2	1,556	0,8974		
3	1,551	0,8941		
4	1,554	0,8960		
5	1,556	0,8974		

Tabela A.59 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,580	0,9110	0,9128	$0,33 \times 10^{-4}$
2	1,589	0,9161		
3	1,582	0,9121		
4	1,581	0,9119		
5	1,583	0,9130		

Tabela A.60 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,604	0,9248	0,9262	$0,16 \times 10^{-4}$
2	1,608	0,9274		
3	1,609	0,9278		
4	1,604	0,9252		
5	1,606	0,9261		

Tabela A.61 - Resultados experimentais (d=33,792ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,619	0,9338	0,9363	$0,25 \times 10^{-4}$
2	1,626	0,9376		
3	1,624	0,9367		
4	1,626	0,9377		
5	1,623	0,9357		

Tabela A.62 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,645	0,9383	0,9448	$0,35 \times 10^{-4}$
2	1,637	0,9439		
3	1,638	0,9445		
4	1,634	0,9422		
5	1,639	0,9452		

Tabela A.63 - Resultados experimentais (d=35,840ms e L=8,192ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,647	0,9495	0,9468	$0,40 \times 10^{-4}$
2	1,635	0,9428		
3	1,645	0,9487		
4	1,645	0,9487		
5	1,637	0,9442		

Tabela A.64 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,643	0,9471	0,9442	$0,30 \times 10^{-4}$
2	1,638	0,9446		
3	1,640	0,9456		
4	1,635	0,9425		
5	1,632	0,9412		

Tabela A.65 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,596	0,9203	0,9234	$0,30 \times 10^{-4}$
2	1,602	0,9239		
3	1,603	0,9244		
4	1,605	0,9257		
5	1,600	0,9225		

Tabela A.66 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,548	0,8929	0,8922	$0,43 \times 10^{-4}$
2	1,545	0,8908		
3	1,544	0,8904		
4	1,555	0,8964		
5	1,544	0,8904		

Tabela A.67 - Resultados experimentais (d=27,648ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,510	0,8708	0,8732	$0,24 \times 10^{-4}$
2	1,515	0,8739		
3	1,512	0,8719		
4	1,518	0,8752		
5	1,516	0,8740		

Tabela A.68 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,570	0,9053	0,9042	$0,38 \times 10^{-4}$
2	1,566	0,9028		
3	1,565	0,9022		
4	1,575	0,9080		
5	1,565	0,9026		

Tabela A.69 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,603	0,9241	0,9250	$0,36 \times 10^{-4}$
2	1,598	0,9213		
3	1,610	0,9282		
4	1,606	0,9263		
5	1,604	0,9248		

Tabela A.70 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,649	0,9508	0,9494	$0,29 \times 10^{-4}$
2	1,643	0,9475		
3	1,652	0,9523		
4	1,647	0,9495		
5	1,642	0,9470		

Tabela A.71 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,672	0,9642	0,9642	$0,46 \times 10^{-4}$
2	1,680	0,9688		
3	1,670	0,9631		
4	1,670	0,9627		
5	1,669	0,9623		

Tabela A.72 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,705	0,9833	0,9815	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,700	0,9802		
3	1,701	0,9809		
4	1,707	0,9841		
5	1,698	0,9791		

Tabela A.73 - Resultados experimentais (d=33,024ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,721	0,9926	0,9904	$0,41 \times 10^{-4}$
2	1,719	0,9913		
3	1,717	0,9903		
4	1,720	0,9917		
5	1,711	0,9863		

Tabela A.74 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=10,240ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,721	0,9925	0,9940	$0,31 \times 10^{-4}$
2	1,725	0,9946		
3	1,729	0,9970		
4	1,719	0,9911		
5	1,725	0,9946		

Tabela A.75 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,623	0,9358	0,9361	$0,19 \times 10^{-4}$
2	1,624	0,9366		
3	1,620	0,9343		
4	1,625	0,9369		
5	1,625	0,9370		

Tabela A.76 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,570	0,9054	0,9061	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,570	0,9052		
3	1,576	0,9087		
4	1,567	0,9037		
5	1,573	0,9073		

Tabela A.77 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,508	0,8693	0,8686	$0,34 \times 10^{-4}$
2	1,511	0,8711		
3	1,504	0,8674		
4	1,501	0,8653		
5	1,509	0,8700		

Tabela A.78 - Resultados experimentais (d=25,600ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,534	0,8843	0,8834	$0,35 \times 10^{-4}$
2	1,538	0,8870		
3	1,530	0,8823		
4	1,527	0,8807		
5	1,531	0,8828		

Tabela A.79 - Resultados experimentais (d=26,624ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,596	0,9204	0,9181	$0,29 \times 10^{-4}$
2	1,587	0,9152		
3	1,594	0,9191		
4	1,592	0,9182		
5	1,591	0,9175		

Tabela A.80 - Resultados experimentais (d=27,648ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,635	0,9426	0,9425	$0,43 \times 10^{-4}$
2	1,638	0,9448		
3	1,633	0,9416		
4	1,627	0,9382		
5	1,639	0,9453		

Tabela A.81 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,674	0,9654	0,9619	$0,37 \times 10^{-4}$
2	1,662	0,9582		
3	1,671	0,9634		
4	1,671	0,9637		
5	1,663	0,9589		

Tabela A.82 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,705	0,9833	0,9817	$0,20 \times 10^{-4}$
2	1,699	0,9798		
3	1,701	0,9807		
4	1,701	0,9811		
5	1,706	0,9838		

Tabela A.83 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,731	0,9979	0,9957	$0,40 \times 10^{-4}$
2	1,720	0,9917		
3	1,727	0,9956		
4	1,727	0,9956		
5	1,730	0,9977		

Tabela A.84 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,746	1,007	1,010	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,752	1,011		
3	1,749	1,009		
4	1,752	1,010		
5	1,754	1,011		

Tabela A.85 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,768	1,019	1,019	$0,12 \times 10^{-4}$
2	1,766	1,018		
3	1,768	1,019		
4	1,770	1,020		
5	1,768	1,020		

Tabela A.86 - Resultados experimentais (d=33,792ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,773	1,022	1,019	$0,28 \times 10^{-4}$
2	1,765	1,018		
3	1,768	1,019		
4	1,767	1,019		
5	1,767	1,019		

Tabela A.87 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=12,228ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,741	1,004	1,005	$0,32 \times 10^{-4}$
2	1,744	1,006		
3	1,745	1,006		
4	1,749	1,009		
5	1,738	1,002		

Tabela A.88 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,643	0,9472	0,9458	$0,14 \times 10^{-4}$
2	1,641	0,9464		
3	1,639	0,9448		
4	1,640	0,9455		
5	1,639	0,9453		

Tabela A.89 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,593	0,9186	0,9179	$0,17 \times 10^{-4}$
2	1,593	0,9186		
3	1,592	0,9180		
4	1,592	0,9180		
5	1,589	0,9162		

Tabela A.90 - Resultados experimentais (d=3,072ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,541	0,8886	0,8880	$0,23 \times 10^{-4}$
2	1,538	0,8866		
3	1,537	0,8864		
4	1,544	0,8903		
5	1,540	0,8881		

Tabela A.91 - Resultados experimentais (d=26,624ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,638	0,9444	0,9413	$0,32 \times 10^{-4}$
2	1,635	0,9428		
3	1,630	0,9410		
4	1,632	0,9412		
5	1,627	0,9381		

Tabela A.92 - Resultados experimentais (d=27,648ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,679	0,9680	0,9657	$0,40 \times 10^{-4}$
2	1,680	0,9685		
3	1,677	0,9671		
4	1,670	0,9630		
5	1,668	0,9617		

Tabela A.93 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,709	0,9857	0,9888	$0,31 \times 10^{-4}$
2	1,713	0,9876		
3	1,719	0,9910		
4	1,715	0,9887		
5	1,718	0,9908		

Tabela A.94 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,758	1,014	1,014	$0,32 \times 10^{-4}$
2	1,761	1,015		
3	1,761	1,015		
4	1,752	1,010		
5	1,758	1,014		

Tabela A.95 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,785	1,029	1,031	$0,32 \times 10^{-4}$
2	1,794	1,035		
3	1,791	1,033		
4	1,785	1,029		
5	1,788	1,031		

Tabela A.96 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,806	1,042	1,041	$0,067 \times 10^{-4}$
2	1,805	1,041		
3	1,806	1,042		
4	1,806	1,042		
5	1,807	1,042		

Tabela A.97 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,800	1,038	1,039	$0,15 \times 10^{-4}$
2	1,801	1,039		
3	1,804	1,040		
4	1,804	1,041		
5	1,800	1,038		

Tabela A.98 - Resultados experimentais (d=33,792ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,779	1,026	1,026	$0,23 \times 10^{-4}$
2	1,775	1,023		
3	1,779	1,026		
4	1,783	1,028		
5	1,779	1,026		

Tabela A.99 - Resultados experimentais (d=34,816ms e L=14,336ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,716	0,9894	0,9909	$0,41 \times 10^{-4}$
2	1,726	0,9950		
3	1,712	0,9874		
4	1,720	0,9918		
5	1,719	0,9910		

Tabela A.100 - Resultados experimentais (d=1,024ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,564	0,9016	0,9021	$0,19 \times 10^{-4}$
2	1,562	0,9005		
3	1,568	0,9040		
4	1,565	0,9023		
5	1,564	0,9020		

Tabela A.101 - Resultados experimentais (d=2,048ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,524	0,8787	0,8766	$0,26 \times 10^{-4}$
2	1,518	0,8752		
3	1,523	0,8783		
4	1,516	0,8740		
5	1,521	0,8770		

Tabela A.102 - Resultados experimentais (d=25,600ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,596	0,9204	0,9272	$0,68 \times 10^{-4}$
2	1,613	0,9303		
3	1,613	0,9304		
4	1,610	0,9281		
5	1,607	0,9268		

Tabela A.103 - Resultados experimentais (d=26,624ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,664	0,9593	0,9569	$0,48 \times 10^{-4}$
2	1,652	0,9526		
3	1,668	0,9617		
4	1,653	0,9531		
5	1,661	0,9579		

Tabela A.104 - Resultados experimentais (d=27,648ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,711	0,9868	0,9890	$0,42 \times 10^{-4}$
2	1,722	0,9932		
3	1,717	0,9900		
4	1,708	0,9851		
5	1,717	0,9901		

Tabela A.105 - Resultados experimentais (d=28,672ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,752	1,010	1,013	$0,29 \times 10^{-4}$
2	1,760	1,015		
3	1,752	1,010		
4	1,762	1,016		
5	1,757	1,013		

Tabela A.106 - Resultados experimentais (d=29,696ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,796	1,035	1,038	$0,35 \times 10^{-4}$
2	1,799	1,037		
3	1,801	1,039		
4	1,799	1,037		
5	1,806	1,041		

Tabela A.107 - Resultados experimentais (d=30,720ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,823	1,051	1,051	$0,12 \times 10^{-4}$
2	1,823	1,051		
3	1,824	1,052		
4	1,820	1,050		
5	1,821	1,050		

Tabela A.108 - Resultados experimentais (d=31,744ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,817	1,048	1,046	$0,50 \times 10^{-4}$
2	1,813	1,046		
3	1,816	1,047		
4	1,805	1,041		
5	1,816	1,047		

Tabela A.109 - Resultados experimentais (d=32,768ms e L=16,384ms)

Ensaio <i>i</i>	Decaimento $\delta_i [s^{-1}]$	Razão de amortecimento $\xi_i = \frac{\delta_i}{\sqrt{\omega_d^2 + \delta_i^2}}$ [$\times 10^{-2}$]	Razão de amortecimento média $\bar{\xi} = \sum_{i=1}^5 \frac{\xi_i}{5}$ [$\times 10^{-2}$]	Desvio absoluto máximo
1	1,771	1,021	1,025	$0,79 \times 10^{-4}$
2	1,779	1,026		
3	1,771	1,021		
4	1,791	1,033		
5	1,774	1,023		

Anexo V - Ajustamento dos pontos experimentais a uma função sinusoidal

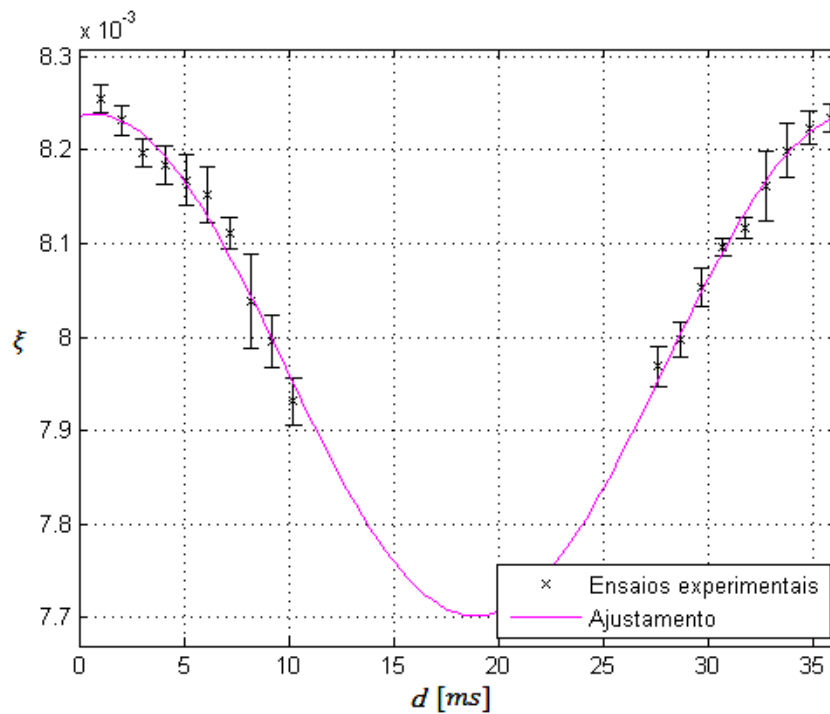


Figura A.1 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=2,048\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

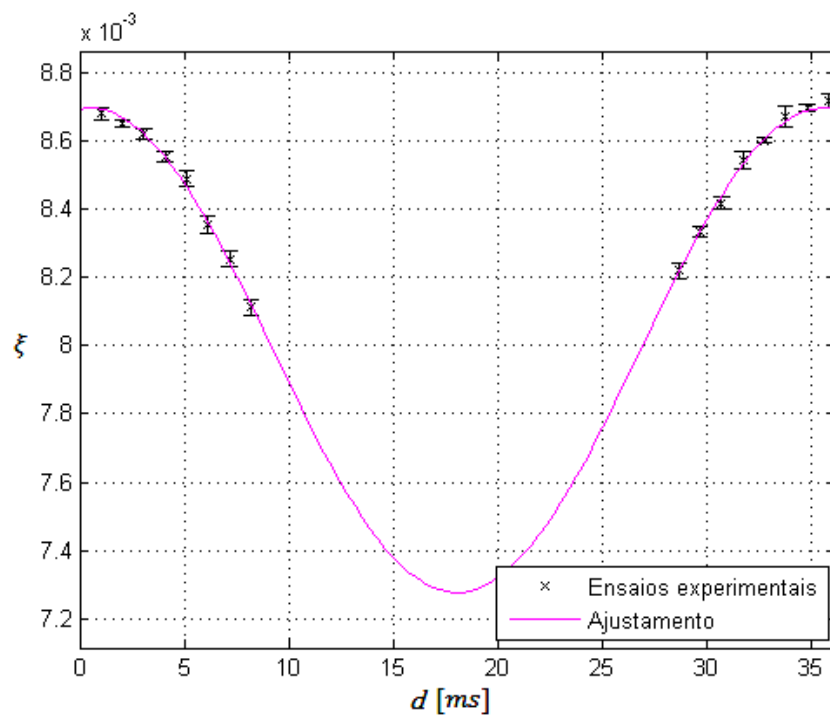


Figura A.2 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=4,096\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

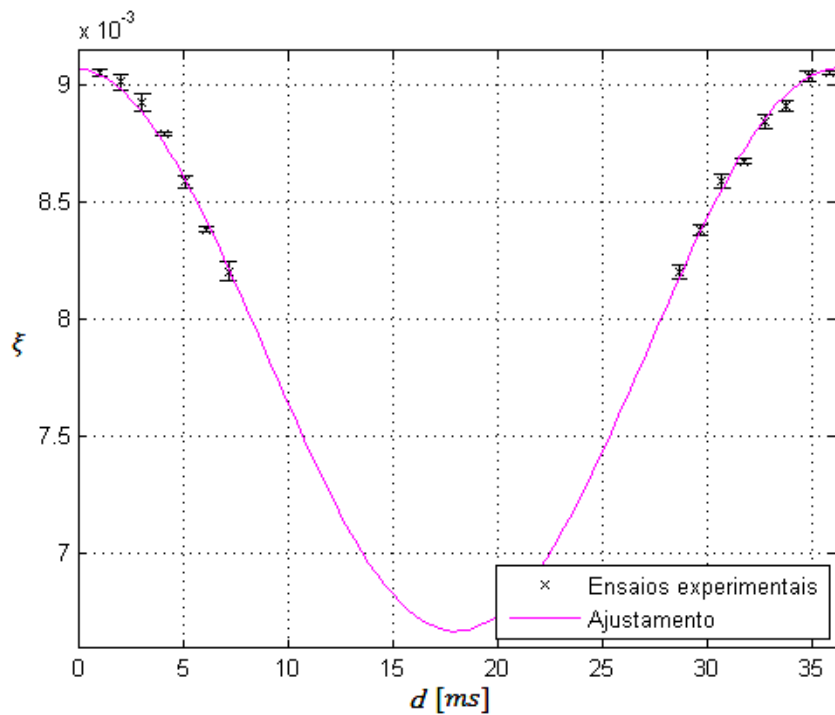


Figura A.3 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=6,144\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

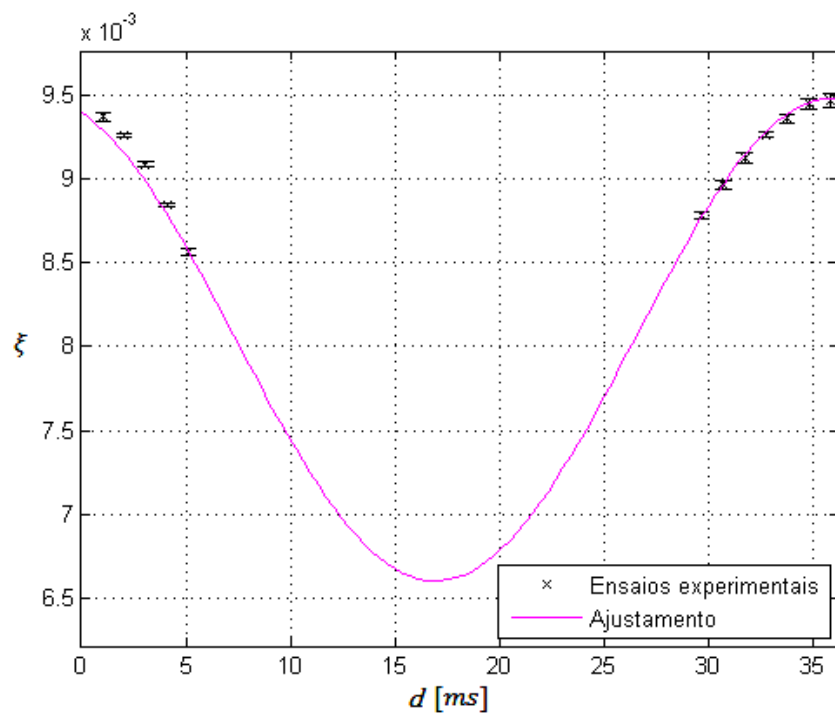


Figura A.4 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=8,192\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

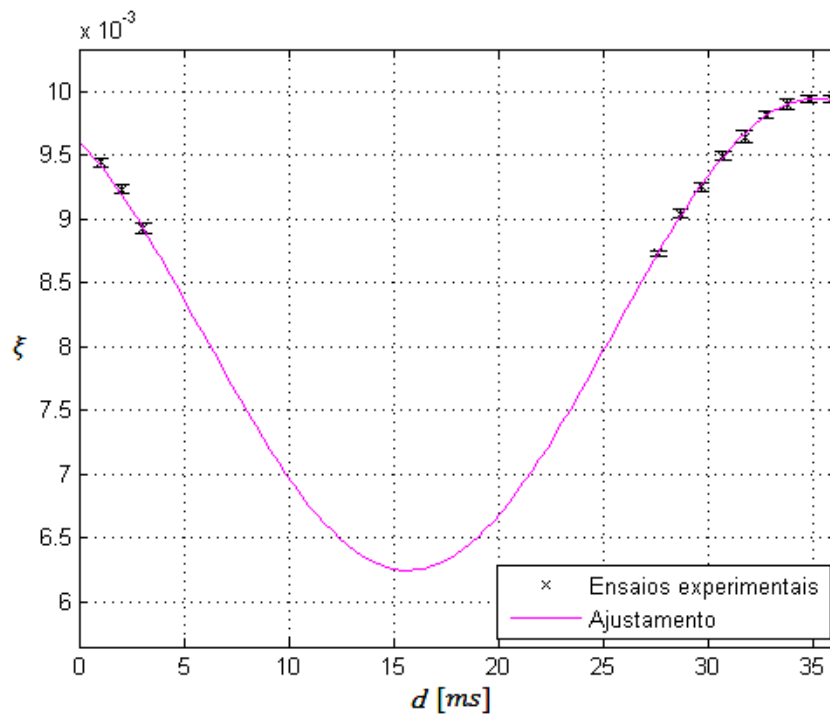


Figura A.5 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=10,240\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

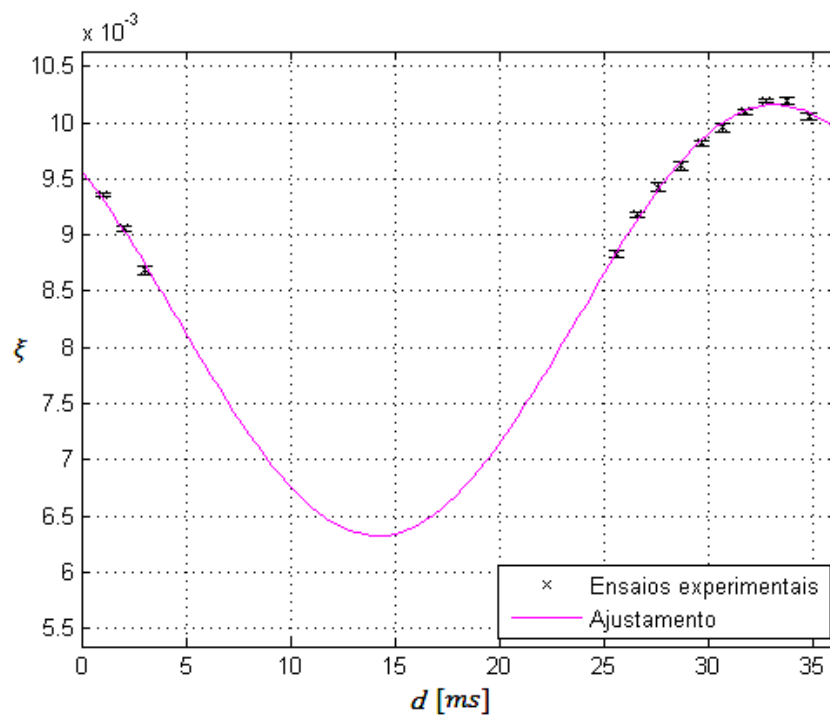


Figura A.6 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=12,288\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

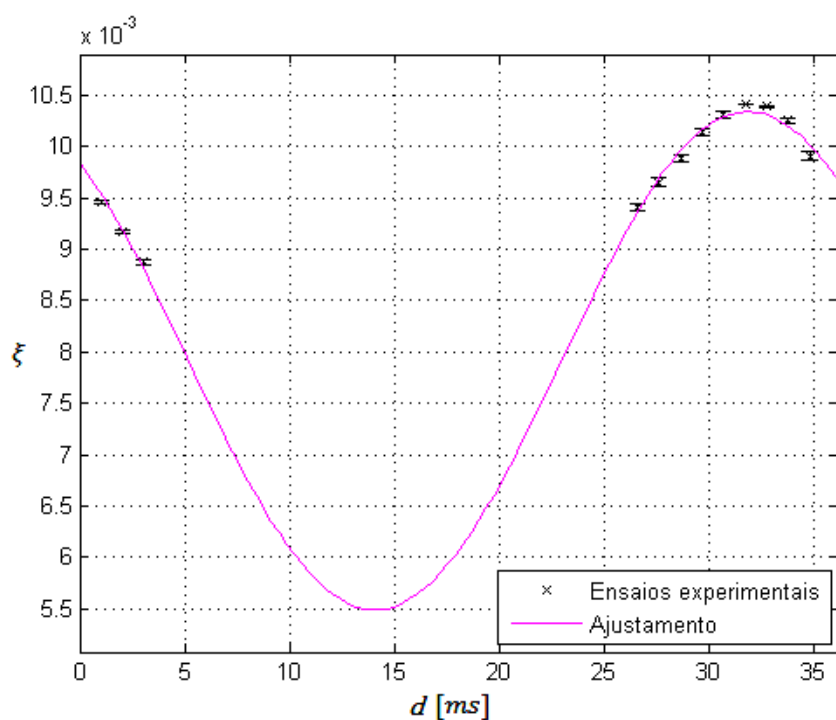


Figura A.7 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=14,336\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

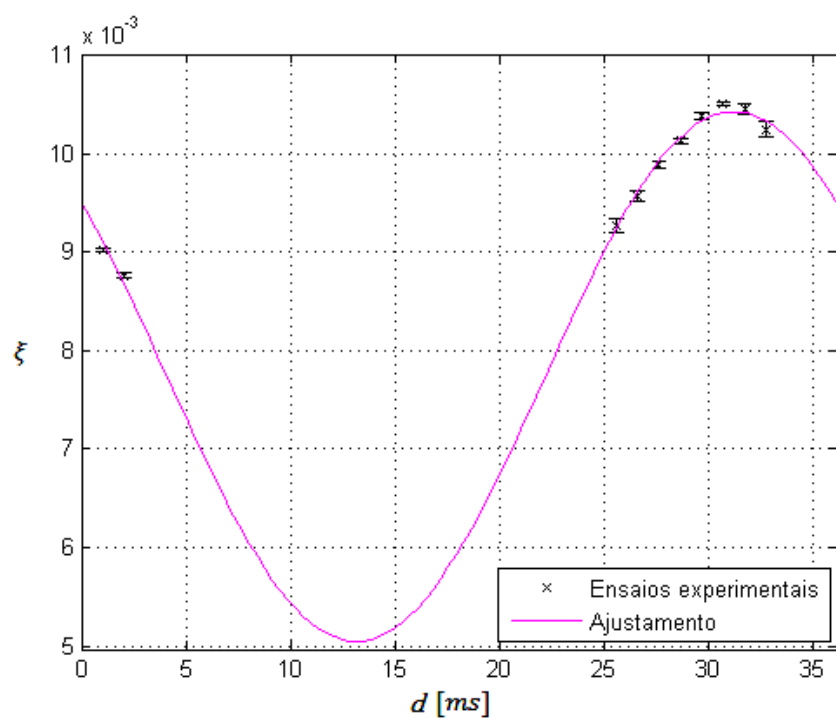


Figura A.8 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=16,384\text{ms}$ a uma curva sinusoidal

Anexo VI - Resultados do modelo proposto através do ajustamento utilizado face aos resultados experimentais

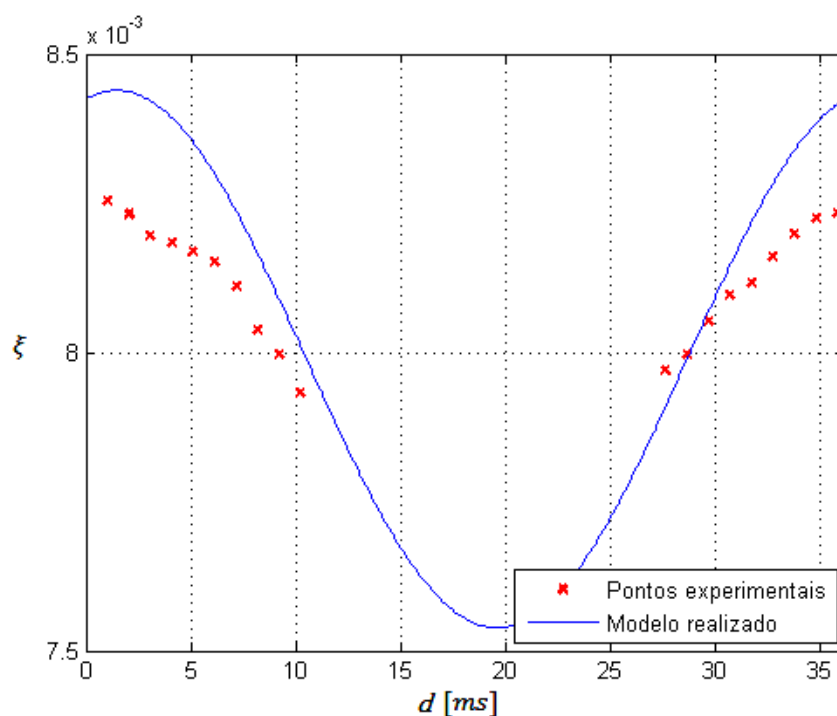


Figura A.9 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=2,048\text{ms}$ ao modelo proposto

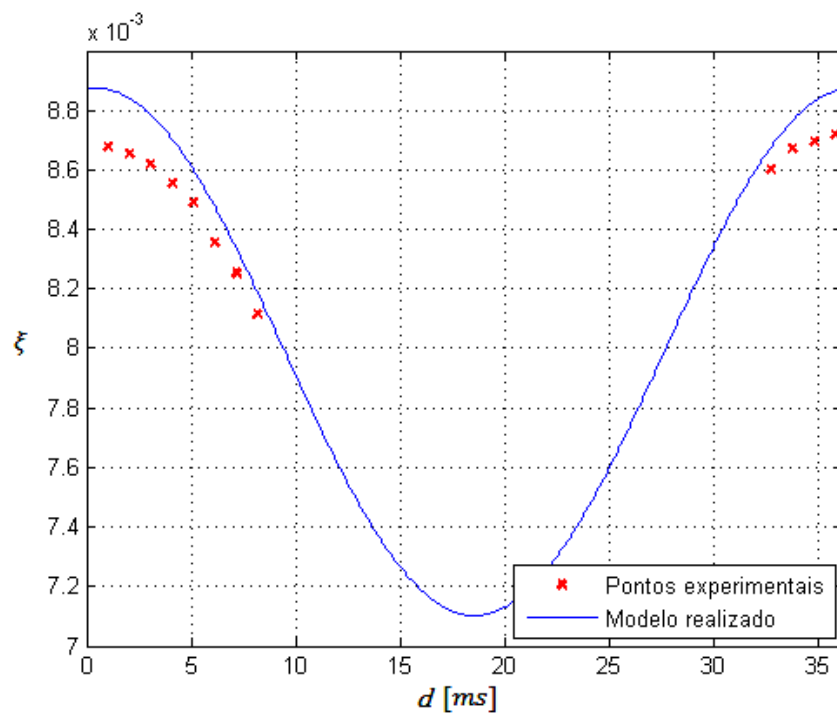


Figura A.10 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=4,096\text{ms}$ ao modelo proposto

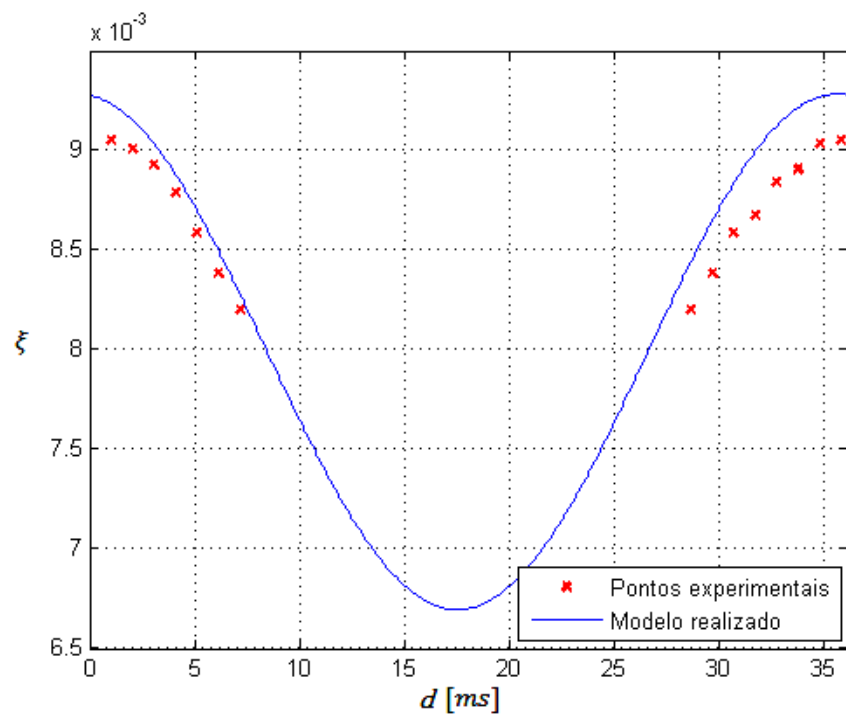


Figura A.11 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=6,144$ ms ao modelo proposto

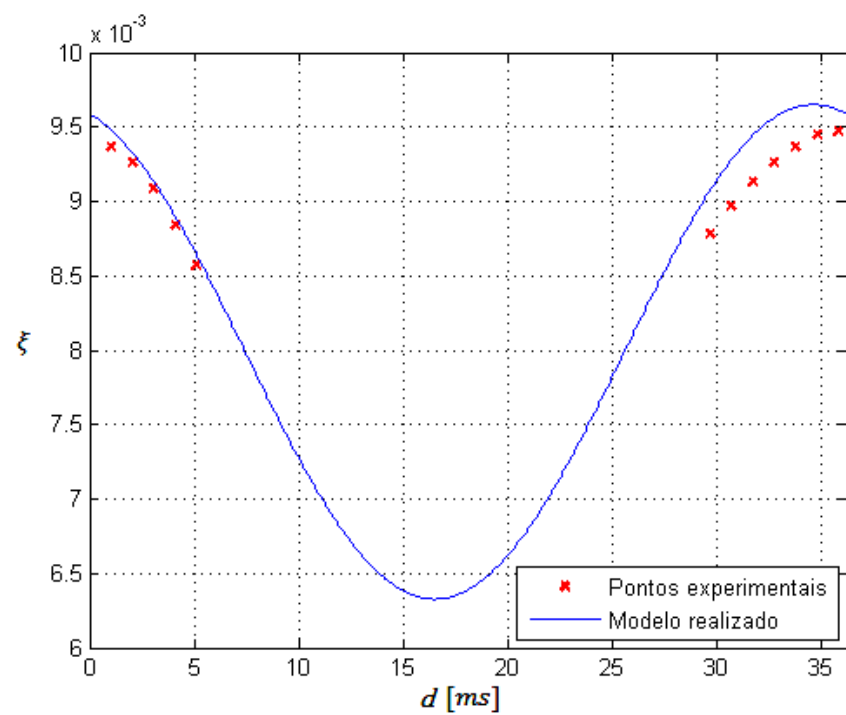


Figura A.12 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=8,192$ ms ao modelo proposto

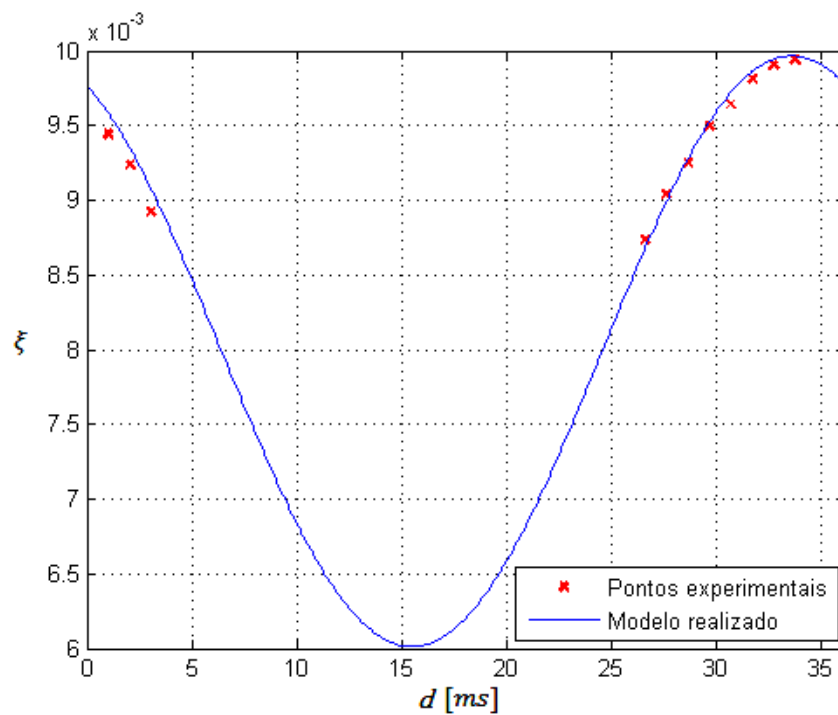


Figura A.23 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para L=10,240ms ao modelo proposto

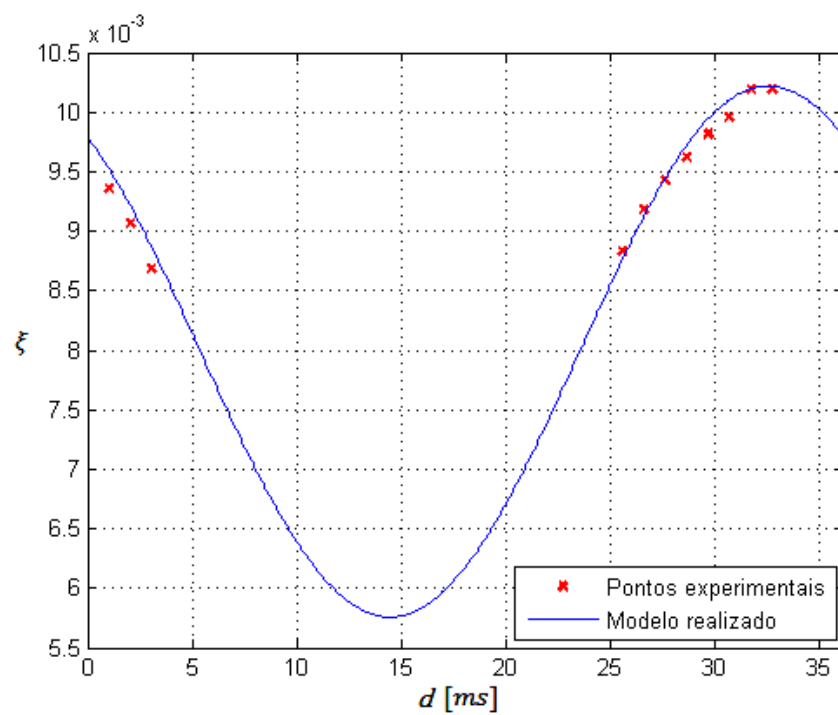


Figura A.14 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para L=12,288ms ao modelo proposto

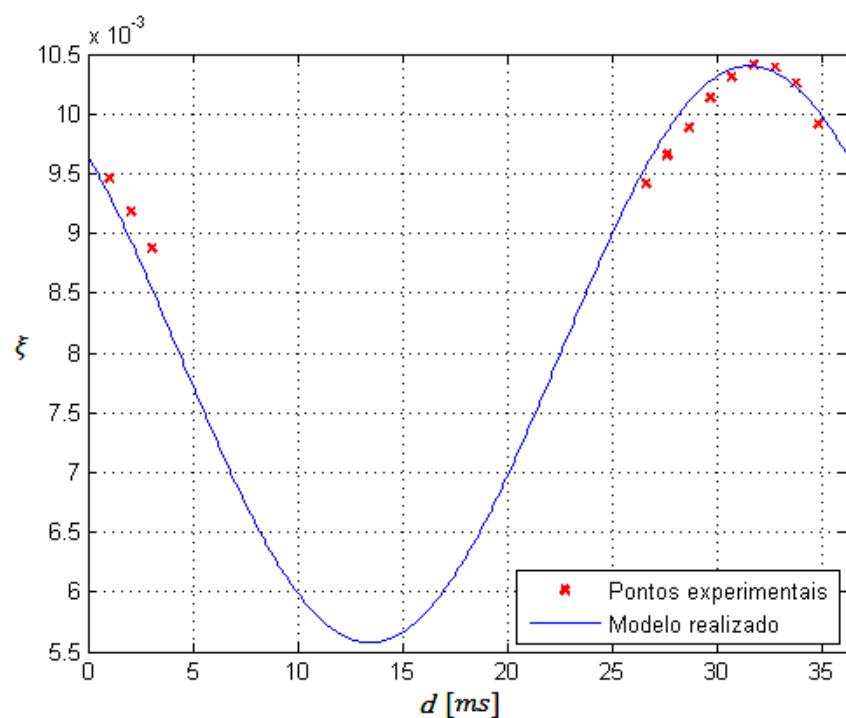


Figura A.35 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=14,336\text{ms}$ ao modelo proposto

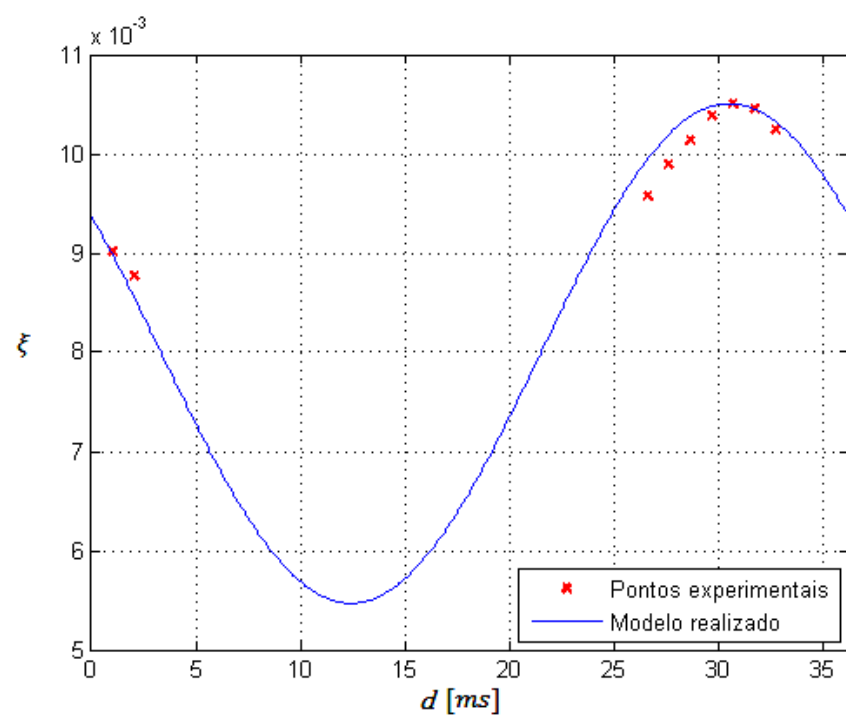


Figura A.16 - Ajustamento dos pontos experimentais obtidos para $L=16,384\text{ms}$ ao modelo proposto

Anexo VII - Ficha técnica dos cristais piezoelétricos utilizados

PXE piezoelectric ceramic components

Piezoelectricity is 'pressure' electricity, a property of certain crystalline materials and of man-made polycrystalline ceramic materials. It provides a simple, direct method for electro-mechanical, and mechano-electrical energy transformations. Mullard have introduced into their range of electrical ceramics piezoelectric elements chosen from three main grades of material. These elements are robust and have a high mechanical stiffness. They have the advantage that element shapes and their piezoelectric properties are formed during manufacture, and can be chosen to meet the requirements for particular applications. There are many fields in which modern piezoelectric elements have already been applied, and these materials are now of increasing importance to industry.

material properties

book 3 part 2

Material	PXE5	PXE7	PXE21	PXE41	PXE42	PXE43	PXE51	Unit
Thermal and mechanical data								
Curie point θ_c	285	320	270	315	325	300	220	$^{\circ}\text{C}$
Mass density ρ_m	7.60	7.75	7.75	7.90	7.80	7.7	7.70	10^3 kg/m^3
Mechanical quality factor for radial mode	Q_M^E	≈ 80	≈ 80	≈ 80	≈ 1000	≈ 750	≈ 1000	≈ 50
Frequency constants	N_p^E	2000	2200	2000	2200	2250	2350	2050
	N_{3D}	1850	2000	1900	2000	2015	2050	1950
	N_{1E}	1460	1640	—	1620	—	—	—
	N_{5E}	830	870	—	1020	—	—	—
Electrical data								
Relative permittivity	$\epsilon_r = \epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	1800	700	1750	1200	1300	1000	2800
Dielectric loss factor $\tan \delta$		16	20	16	2.5	2.5	2.0	16
Electro-mechanical data								
Coupling factors	k_p	0.58	0.52	0.62	0.56	0.55	0.5	0.66
	k_{33}	0.70	0.70	0.72	0.68	0.68	0.63	0.72
	k_{31}	0.34	0.31	0.37	0.33	0.32	0.3	0.39
	k_{15}	0.66	0.66	—	0.66	—	—	—
Piezoelectric charge constants	d_{33}	384	220	385	268	285	210	480
	d_{31}	-169	-86	-180	-119	-120	—	-234
	d_{15}	515	370	—	335	—	—	—
Piezoelectric voltage constants	g_{33}	24.2	35.4	25.0	26.2	25.0	25.0	19.3
	g_{31}	-10.7	-14.0	-11.6	-11.2	-10.4	-10.7	-9.5
	g_{15}	32.5	42.0	—	33.5	—	—	—

Anexo VIII - Configuração do microcontrolador

Módulo ADC

O módulo de conversão analógica para digital é controlado através dos registos AD1CON1, AD1CON2, AD1CON3, AD1CON4, AD1CHS123, AD1CHS0, AD1CSSL e AD1PCFGL.

Como procedimento geral para realizar a configuração deste módulo, pode ser seguida a seguinte metodologia:

- Selecionar qual o canal que se deseja ler;
- Selecionar qual as referências de tensão;
- Definir a temporização;
- Definir o número de canais a ler;
- Definir a sequência de conversão no caso da leitura de mais do que um canal;
- Selecionar o modo de apresentação dos resultados;
- Ativar o módulo;
- Configurar as interrupções.

AD1CON1

O registo AD1CON1 é um registo de controlo que tem os seguintes bits de configuração:

R/W-0	U-0	R/W-0	R/W-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
ADON	—	ADSIDL	ADDMABM	—	AD12B	FORM<1:0>	
bit 15						bit 8	

R/W-0	R/W-0	R/W-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0 HC,HS	R/C-0 HC, HS
SSRC<2:0>			—	SIMSAM	ASAM	SAMP	DONE
bit 7							bit 0

Legend:	HC = Cleared by hardware	HS = Set by hardware	C = Clear only bit
R = Readable bit	W = Writable bit	U = Unimplemented bit, read as '0'	
-n = Value at POR	'1' = Bit is set	'0' = Bit is cleared	x = Bit is unknown

- ADON (operação do módulo);
 - ADON=1 - iniciar a operação do módulo
 - ADON=0 - parar a operação do módulo
- ADSIDL (bit de paragem em modo *idle*);
 - ADSIDL=1 - parar a operação do módulo em modo *idle*
 - ADSIDL=0 - continuar a operação do módulo em modo *idle*
- ADDMABM (construção do *buffer* de dados);
 - ADDMABM=1 - o *buffer* é preenchido por ordem de conversão
 - ADDMABM=0 - o *buffer* é preenchido em modo *gather/scatter*
- AD12B;

- AD12B=1 - o módulo utiliza 12 bits na conversão e permite apenas 1 canal
- AD12B=0 - o módulo utiliza 10 bits na conversão mas permite 4 canais
- FORM<1:0> (formato do número convertido);
 - Para 12 bits:
 - FORM=11 - Fracional com sinal (Dout=sddd dddd dddd 0000)
 - FORM=10 - Fracional (Dout=dddd dddd dddd 0000)
 - FORM=01 - Inteiro com sinal (Dout=ssss sddd dddd dddd)
 - FORM=00 - Inteiro (Dout=0000 dddd dddd dddd)
- SSRC<2:0> (configuração do relógio);
 - SSRC =111 - Conversão automática após amostragem
 - SSRC =100 - Comparação com TIMER5 define o fim da amostragem e início da conversão
 - SSRC =010 - Comparação com TIMER3 define o fim da amostragem e início da conversão
 - SSRC=001 - Transição ativa do pino INT0 define o fim da amostragem e início da conversão
 - SSRC=000 - "Limpar" o bit SAMP define o fim da amostragem e início da conversão
- SIMSAM (definição da ordem de amostragem dos canais);
 - Se AD12B=1, não se encontra implementado (só é efetuada a leitura de 1 canal)
- ASAM (bit de início automático de amostragem);
 - ASAM=1 - Amostragem começa logo após conversão.
 - ASAM=0 - Amostragem começa quando o bit SAMP é levado a "1"
- SAMP (bit de ativação da amostragem);
 - SAMP=1 - Amplificadores encontra-se em amostragem
 - SAMP=0 - Amplificadores encontram-se em *hold*
- DONE (estado de conversão);
 - DONE=1 - Conversão completa
 - DONE=0 - Conversão a decorrer

Para a configuração deste registo, importa apenas realçar que, dado só ser necessário 1 canal, é preferível uma operação com 12 bits para maior resolução. Assim sendo, a configuração deste registo resume-se a:

AD1CON1= 0b0011010011100100;

e, após configuração dos restantes registos, inicializa-se o módulo:

ADON=1;

AD1CON2

O registo AD1CON2 é também ele um registo de controlo com os seguintes bits de configuração:

R/W-0	R/W-0	R/W-0	U-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
VCFG<2:0>			—	—	CSCNA	CHPS<1:0>	
bit 15							bit 8

R-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
BUFS	—	SMPI<3:0>				BUFM	ALTS
bit 7							bit 0

Legend:			
R = Readable bit	W = Writable bit	U = Unimplemented bit, read as '0'	
-n = Value at POR	'1' = Bit is set	'0' = Bit is cleared	x = Bit is unknown

- VCFG<2:0> (definição das tensões de referência);

	ADREF+	ADREF-
000	AVDD	AVSS
001	External VREF+	AVSS
010	AVDD	External VREF-
011	External VREF+	External VREF-
1xx	AVDD	Avss

- CSCNA (verificar os *inputs* durante a amostragem);
- CHPS<1:0> (selecionar os canais utilizados) - não implementado para AD12B=1;
- BUFS (estado do preenchimento do *buffer* de memória) - apenas válido para BUFM=1;
- SMPI<3:0> (número de conversões por *interrupt*);
 - SMPI=111 - 16 conversões por *interrupt*
 - .
 - .
 - .
 - SMPI=000 - 1 conversão por *interrupt*
- BUFM (modo de preenchimento do *buffer*);
 - BUFM=1 - preenchimento começa em 0x0 no primeiro *interrupt* e 0x8 no seguinte
 - BUFM=0 - preenchimento começa sempre na posição 0x0 do *buffer*
- ALTS (*input* alternado)
 - ALTS=1 - utiliza a amostra A na primeira amostragem e a B na seguinte;
 - ALTS=0 - utiliza a amostra A sempre

Quanto a este registo, realça-se a introdução do conceito de amostra A e B, sendo que isto permite definir, por exemplo, dois canais diferentes, que o microcontrolador associa a dois tipos de amostra diferentes que, se ALTS=1, podem ser lidas alternadamente. No caso em questão, não será necessário utilizar esta funcionalidade.

Assim sendo, uma configuração possível é:

AD1CON2=0x0000;

AD1CON3

Tal como os registos anteriores, também este serve de controlo ao módulo em questão e é definido através dos seguintes bits:

R/W-0	U-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
ADRC	—	—	SAMC<4:0> ⁽¹⁾				
bit 15							
			bit 8				

R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
ADCS<7:0> ⁽²⁾							
bit 7							bit 0

Legend:			
R = Readable bit	W = Writable bit	U = Unimplemented bit, read as '0'	
-n = Value at POR	'1' = Bit is set	'0' = Bit is cleared	x = Bit is unknown

- ADRC (fonte de relógio)
 - ADRC=1 - relógio utilizado no módulo é o relógio RC interno
 - ADRC=0 - relógio utilizado é o relógio do sistema (como seja o relógio derivado do relógio externo)
- SAMC<4:0> (definição do tempo de amostragem automática se SSRC=111):
 - SAMC=11111 - 31TAD
 - SAMC=00000 - 0 TAD
- ADCS<7:0> (conversão dos valores de relógio)
 - As primeiras posições (mais elevadas) estão reservadas, sendo definido a partir de 00111111 (inclusive), como: TCY(ADCS<7:0>+1)=TAD

Note-se que o tempo TCY é dado por:

$$T_{CY} = \frac{1}{f_{CY}}$$

Com:

$$f_{CY} = \frac{f_{osc}}{2}$$

A configuração escolhida, vai de encontro à solução mais célere, ou seja:

AD1CON3=0x0000;

AD1CON4

Este registo de controlo apenas possui os bits DMABL<2:0>, onde se definem o número de posições no *buffer* de memória para cada canal de leitura, com:

- DMABL=111 - 128 posições
- DAMBL=110 - 64 posições

- DAMBL=000 - 1 posição

Como só é necessário manter o valor atual da leitura, a configuração a aplicar é então:
AD1CON4=0x0000;

AD1CHS123

Este registo permite definir os canais a amostrar no caso da leitura de vários canais. Para o funcionamento em 12 bits (como é o caso), este registo não se encontra implementado.

AD1CHS0

Este registo é também para seleção dos canais a amostrar, para as amostras A e B, diferenciando os 8 bits mais significativos e os 8 bits menos significativos apenas deste aspecto.

R/W-0	U-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
CH0NB	—	—	CH0SB<4:0>				
bit 15							bit 8

R/W-0	U-0	U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0
CH0NA	—	—	CH0SA<4:0>				
bit 7							bit 0

Legend:							
R = Readable bit	W = Writable bit	U = Unimplemented bit, read as '0'					
-n = Value at POR	'1' = Bit is set	'0' = Bit is cleared		x = Bit is unknown			

- CH0NA (entrada negativa para a amostra A);
 - CH0NA=1 - entrada negativa é AN1
 - CH0NA=0 - entrada negativa é VREF-
- CH0SA<4:0> (entrada positiva para a amostra A).
 - A entrada escolhida é ANx com x idêntico ao valor destes bits.

Decidiu-se utilizar como entrada negativa o pino AN1 (ligado a 0V) e como entrada positiva o pino AN0, como já mencionado. Portanto, a configuração utilizada foi:

AD1CHS0=0x8080;

AD1CSSL

Este registo possui apenas os bits CSSx, que permitem, se colocados a "1", selecionar que entradas ANx se desejam utilizar para o *scan input*. Assim sendo:

AD1CSSL=0x01;

AD1PCFGL

É também estruturado apenas com os bits PCFGx que, se assumirem o valor 1, a entrada ANx equivalente fica definida como digital sendo que, caso contrário, são assumidas como sendo entradas analógicas.

Assim sendo, como será utilizada a entrada AN0 como analógica:

AD1PCFGL=0xFFFE;

ADC1BUF0

Este registo é, não um registo de configuração, mas sim o registo no qual fica registada a conversão efetuada, isto é, é aquele que será utilizada na leitura da entrada analógica na interrupção correspondente.

Módulo DAC

Este módulo fica definido apenas com recurso a dois registos, DAC1CON e DAC1STA, cujos bits de configuração relevantes se apresentam. É, no entanto, realizar a configuração de alguns bits associados ao funcionamento do relógio auxiliar associado a este módulo.

DAC1CON

Este registo de controlo é definido através dos seguintes bits de configuração:

R/W-0	U-0	R/W-0	R/W-0	U-0	U-0	U-0	R/W-0
DACEN	—	DACSIDL	AMPON	—	—	—	FORM
bit 15							bit 8

U-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-0	R/W-1	R/W-0	R/W-1
—	DACFDIV<6:0>						
bit 7							bit 0

Legend:			
R = Readable bit	W = Writable bit	U = Unimplemented bit, read as '0'	
-n = Value at POR	'1' = Bit is set	'0' = Bit is cleared	x = Bit is unknown

- DACEN (ativar o módulo);
 - DACEN=1 - ativa o módulo DAC
 - DACEN=0 - desativa o módulo DAC
- DACSIDL (bit de paragem em modo *idle*)
 - DACSIDL=1 - pára o funcionamento do módulo quando em modo *idle*
 - DACSIDL=0 - o módulo continua o seu funcionamento em modo *idle*
- AMPON (ativar a amplificação do *output* em modo *idle*);
 - AMPON=1 - a amplificação do *output* em modo *idle* é ativa
 - AMPON=0 - a amplificação do *output* em modo *idle* não é ativa
- FORM (formato do sinal)
 - FORM=1 - Inteiro com sinal
 - FORM=0 - Inteiro sem sinal
- DACFDIV<6:0> (fator de divisão do relógio)
 - DACFDIV=1111111 - divisão por 128
 - .
 - .
 - .
 - DACFDIV=0000000 - divisão por 1 (não realiza divisão)

Deve-se destacar a divisão do relógio, que deve ser a mínima possível, mas, no entanto, deve garantir tempo suficiente para realizar as operações de processamento, já que se isto não suceder, o sinal é enviado "por picos", ou seja, o *buffer* encontra-se vazio pois não foi introduzido um novo valor neste no tempo estipulado e, portanto, é enviado um valor definido por defeito em DAC1DFLT. Após um processo de tentativa erro com o processamento realizado, concluiu-se que a divisão ideal seria de 6. Portanto:

DAC1CON=0x0005;

e, após realização das restantes configurações, o módulo é ativado:

DACEN=1;

DAC1STA

Este registo é maioritariamente de leitura, sendo configurável apenas o bit 15 e 7 e 10 e 2 que correspondem, respetivamente, à ativação do canal esquerdo e direito da DAC (esta é *stereo*) e ao tipo de *interrupt* gerado. Para a aplicação em questão, é apenas necessário o uso de um dos canais, ou seja, ativar-se-á apenas o canal esquerdo e é gerada uma interrupção sempre que o *buffer* não se encontre cheio. Portanto, foram configurados os bits 15 e 10, que são, respetivamente:

LOEN=1; //activar o canal esquerdo da DAC1

LITYPE=0; //tipo de interrupt - buffer não cheio

Bits associados ao oscilador auxiliar

A DAC é sincronizada através de um oscilador auxiliar, independente do oscilador principal do microcontrolador. A configuração deste oscilador é realizada através dos seguintes bits de configuração:

SELCLK=1; //define a existência de um oscilador auxiliar

AOSCMD1=0; //

AOSCMD0=1; //oscilador é do tipo HS

ASRCSEL=0; //oscilador auxiliar é o gerador do sinal de relógio

APSTSCLR2=1; //

APSTSCLR1=1; //

APSTSCLR0=1; //o sinal de relógio não é dividido

DAC1LDAT

Este registo é o responsável pela colocação de dados no *buffer* de memória, sendo necessário colocar neste os dados que se pretendem enviar através da saída analógica.

Interrupções

As interrupções para este tipo de microcontrolador devem ser endereçadas através de vetores, cujo valor representa qual o módulo que ativou a interrupção. Para se saber qual a correspondência destes vetores aos módulos utilizados, existe uma tabela de correspondências pré-definidas que deve ser consultada e que, devido à sua extensão, é apresentada em anexo. Assim, para ativação das interrupções necessárias (associadas a DAC1L e AD1), são utilizadas as seguintes interrupções:

void interrupt DAC1L(void) @0x0000B2

void interrupt AD1(void) @0x00002E

Resta apenas definir a ativação das interrupções para os módulos necessários, ou seja:

DAC1LIE=1;

AD1IE=1;

Convém apenas mencionar que as *flags* de acionamento (DAC1LIF e AD1IF) devem ser levada ao valor 0 no fim da interrupção respetiva para o correto funcionamento destas.

Anexo IX - Esquema da montagem eletrónica

